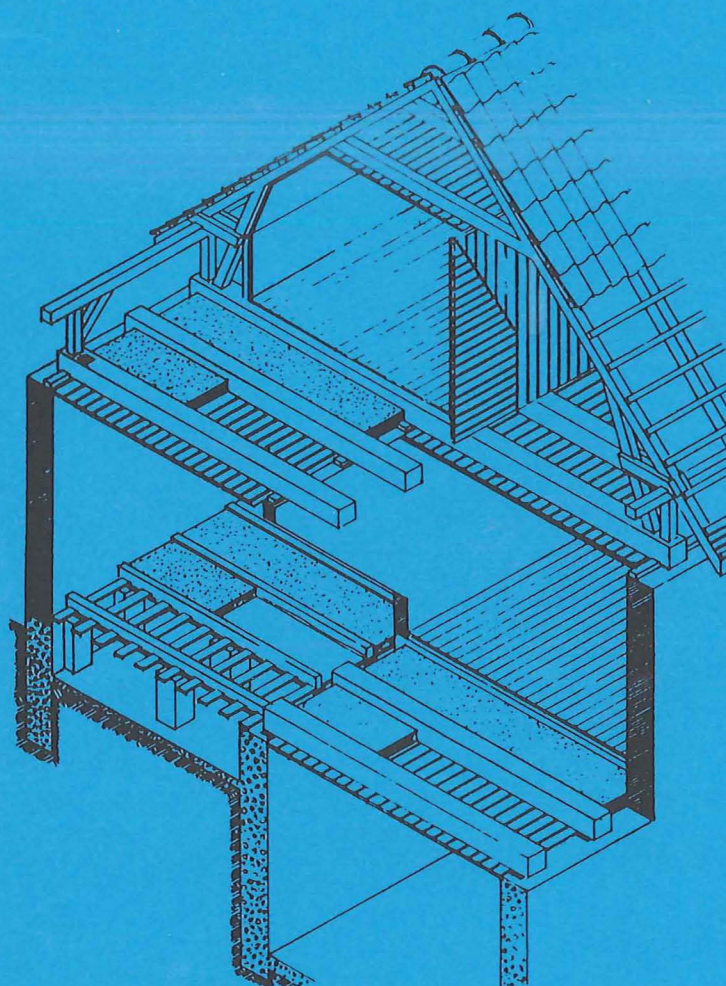


Ove Larsen

KURSUSNOTAT 5

STATIK OG STYRKELÆRE

Ove Larsen



BÆRENDE KONSTRUKTIONER

BYGGETEKNISK HØJSKOLE KØBENHAVN

JUNI 1994

INDHOLD:

Last 1 - 3.

Statik:

Understøtninger - leje. 4 - 5.

Ligevægt ydre kræfter. 6 - 8.

Indre kræfter

Normalkraft N . 9 - 11.

Trærkraft V . 11 - 13.

Moment M . 14 - 16.

Bjælke med enkeltkraft. 17.

Bjælke med jævnt fordelt last. 18.

Sikkerhed. 19.

Styrkeløerer:

Trækstang. 20.

Bjælker bøjning. 21 - 23.

Bjælker usymmetrisk tværsnit. 24.

Bjælker forskydning. 25 - 27.

Bjælker nedbøjning. 27 - 28.

Tryk - vederlag. 31.

Søjler i træ og stål. 32 - 42.

Murværk:

Sten- og blokformater. 43.

Minimumstrærsnit. 43 - 45.

Sten- og blokklasser. 46.

Mørtel.	46.
Styrketal.	47.
Vederlag.	47.
Søjlefunktion.	48.
<u>Jernbetonbjælker.</u>	52-58.
<u>Jernbetonplader.</u>	59-64.
<u>Jernbetonsøjler.</u>	65-66.
<u>Boltsamlinger:</u>	67-68.
Trælastede slipbolte.	68-69.
Træklastede slipbolte.	70.
Slipbolte, træk + forskydning.	72.
Spændbolte.	73-74.
<u>Svejesamlinger:</u>	75-76.
Stumpsømme.	76-78.
Kantsømme.	79-80.
Svejesignaturer.	81-82.
Tilnærm. beregn. af svejs.	83-84.
<u>Trærsnitkonstanter:</u>	85-89.
<u>Gørberbjælker.</u>	90-91.
<u>Skær bøjning.</u>	92-94.
<u>2-charnieres rammer</u>	95-98.

Kurver og tabeller:

<u>Træ.</u>	styrke- og stivhedstal.	30.
	søjlekurve.	39.
	søjlers bæreevne.	41.
<u>Stål.</u>	styrke- og stivhedstal.	30.
	søjlekurve.	39.
	søjlers bæreevne.	41.
<u>Bolte</u>	styrker.	67.
<u>i stål.</u>	Data.	68.
	Afstande.	69.
<u>Svejsning.</u>	Sømfaktorer.	76.
	Signaturer.	81.
<u>Murværk.</u>	styrketal.	47.
	Excentricitet.	49.
	Søjlekurve.	50.
<u>Jernbe-</u>	styrketal - armering.	54.
<u>ton.</u>	styrketal - beton.	54.
	Signaturer - armering.	54.
	Armeringsplacering.	57.
	Bjælkearmering.	53.
	Pladearmering.	60.
	søjlers bæreevne.	66.

Eksempler:

Træbjælke.	29.
Træsøjle.	40.
Stålsøjle.	42.
Vederlag.	47.
Murpille.	51.
Jernbeton bjælke.	38.
Jernbeton plade.	63.
Jernbeton søjle.	66.
Slipbolt.	68, 69, 70, 72.
Spændbolt.	74.
Stumpsøm.	78.
Kantsøm.	80.
Kombination af snitkræfter, svejsn.	84.
Træsnitskonstanter.	87, 88, 89.
Gerber bjælke.	91.
Skæv bøjning.	94.
Ramme.	97.

Formler:

<u>Træ.</u>	Bjælker.	23, 27, 28, 31.
	Søjler.	37.
<u>Stål.</u>	Bjælker.	23, 27, 28.
	Søjler.	37.
<u>Bolte i</u>	Slipbolte.	68, 69, 70, 72.
<u>stål.</u>	Spændbolte.	73, 74.
<u>Svejsning.</u>	Stumpsømme.	77.
	Kantsømme.	79, 80.
<u>Murværk.</u>	Søjlefunktion.	48.
<u>Jernbeton.</u>	Bjælker.	53, 55, 56.
	Plader.	60, 61, 62, 63.
	Søjler.	65, 66.
<u>Trærnsnit.</u>		84, 85, 87.
<u>Gerber.</u>		90.
<u>Støer bøjn.</u>		91, 92.

1.

FLADELAST-LINIELAST-ENKELKRAFT.

Last på flader:

Last på f. eks. etageadskillelser oplyses i Regi-bøger 2. (DS 410) som en jævnt fordelt flade-
last pr. m².

Eks. 8 kN/m²

Bjælkelast:

Med bjælkeafstanden a skal hver meter af bjælken bærer lasten fra arealet $1 \times a$. ($a = \text{lastbredde}$).

Den totale last bjælken skal bære kommer fra arealet $a \times L$. (lastareal).

Lasten vises som en jævnt fordelt linielast.

Eks. $8 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,6 \text{ m} = 12,8 \text{ kN/m}$.

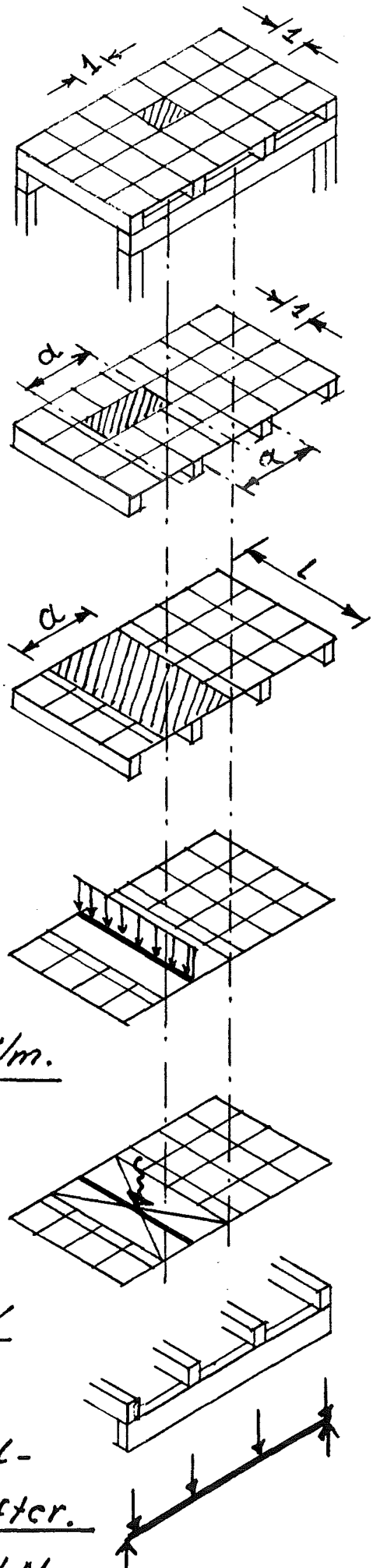
Eller den kan vises som totallast med en kræfpil i tyngdepunktet.

Eks. $12,8 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} = 51,2 \text{ kN}$

el. $8 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 51,2 \text{ kN}$

En bjælke kan også modtage lasten som enkeltkræfter.

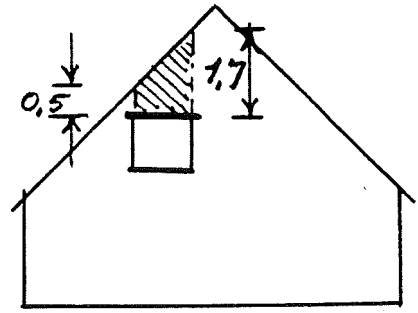
Eks. $\frac{1}{2} \cdot 8 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 25,6 \text{ kN}$.



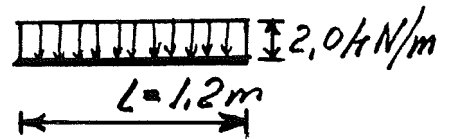
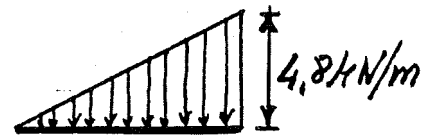
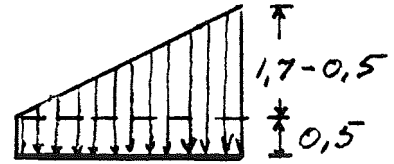
2.

TREKANTFORDELT LAST.

En bjælkelast kan også have andre former, f. eks. vil den viste vinduesbjælke modtage trapezformet last fra den overliggende mur.



Beregningen bliver lettere hvis lasten opdeles i en trekantfordelt last og en jævt fordelt last, idet figurernes tyngdepunkt er kendt.



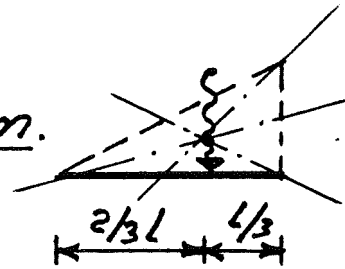
Eks. 5:

Last fra mur 4,0 kN/m²

Trekantfordelt Last.

$4,0 \text{ kN/m}^2 \cdot (1,7\text{m} - 0,5\text{m}) = \underline{4,8 \text{ kN/m}}$

Jævt fordelt last.



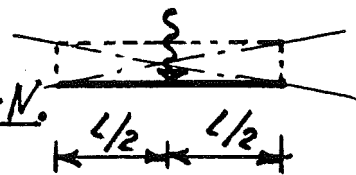
$4,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,5\text{m} = \underline{2,0 \text{ kN/m}}$

Trekantlast total.

$\frac{1}{2} \cdot 4,0 \text{ kN/m}^2 (1,7\text{m} - 0,5\text{m}) \cdot 1,2\text{m} = \underline{2,4 \text{ kN}}$

Jævt fordel last total.

$0,5\text{m} \cdot 4,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,2\text{m} = \underline{2,4 \text{ kN}}$



3.

LAST PÅ SKRÅ FLADER.

Tages egenlast oplyses som jævnt fordelt last pr. m^2 af den skrå flade.

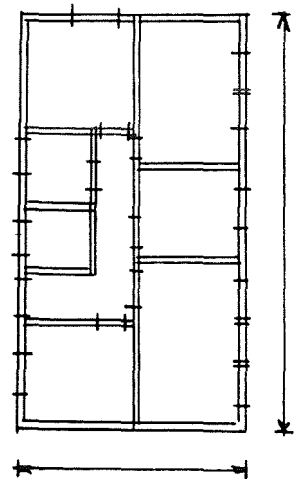
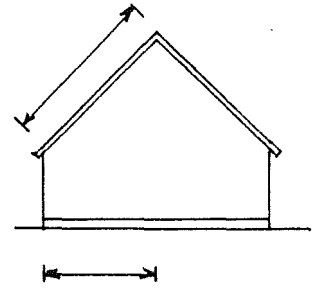
Beregningen af konstruktionerne bliver lettere hvis lasten på den skrå flade omregnes til last pr. m^2 af tagets horisontalprojektion, idet man bl. a. derved kan benytte de vandrette bygningsmål.

$1 m^2$ af horisontalprojektion er lig med $1/\cos\alpha$ m^2 af skrå flade.

$$p_{ho.} \text{ kN/m}^2 = p_{sk.} \cdot \frac{1 \text{ kN/m}^2}{\cos\alpha} \Rightarrow$$

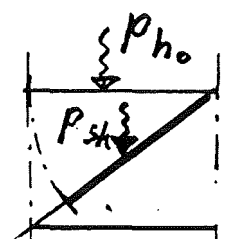
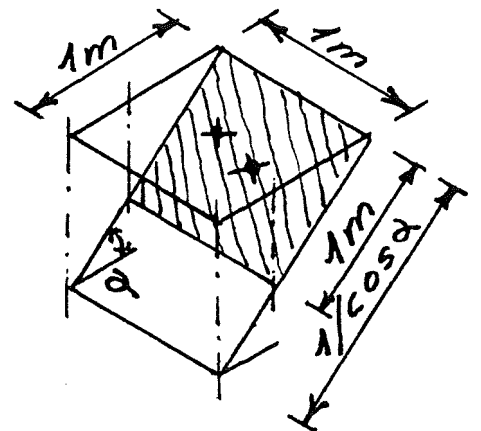
$$p_{ho.} = \frac{p_{sk.}}{\cos\alpha} \text{ kN/m}^2$$

Med andre ord, når lasten på den skrå flade divideres med \cos til taghældningen, fås lasten pr. m^2 af tagets horisontalprojektion.



$$\cos\alpha = \frac{l}{sk} \Rightarrow$$

$$sk = \frac{l}{\cos\alpha}$$



UNDERSTØTNINGER.

Bjælkeunderstøtninger indenfor alm. husbygning er som regel meget enkle i sin konstruktion.

Understøtningernes formål er at forhindre at bjælken bevæger sig.

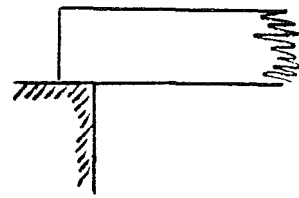
Da betingelsen for at beregne en bjælke som statisk bestemt, d.v.s. ved hjælp af de tre ligevægtligninger, er konstruktionens udførelse meget forenklet i forhold til de statistiske betingelser.

Simpel understøtning.

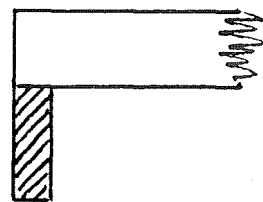
Denne sikrer at bjælken frit kan dreje så der ikke opstår momenter.

Fast simpel understøtn.

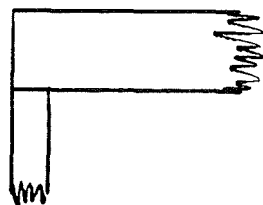
Denne kan optage kræfter i vilkårlig retning, som dog næsten



Bjælke-mur.



Bjælke-drager.



Bjælke-søjle.

Charnier
Hængsleled



5.

altid opløses i en vandret reaktion H_A og en lodret reaktion V_A . Hvor index A refererer til understøtningens punkt og H = horisontal (vandret) og V = vertikal (Lodret).

Understøtningen forhindrer altså både lodret og vandret bevægelse.

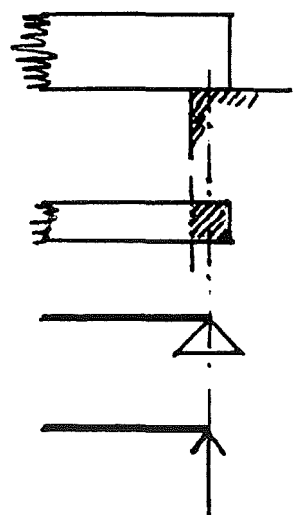
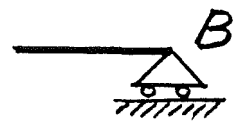
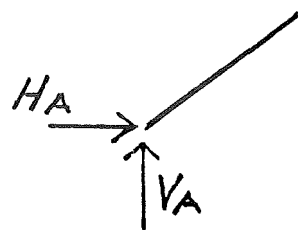
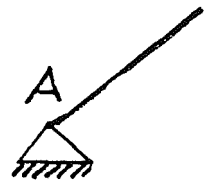
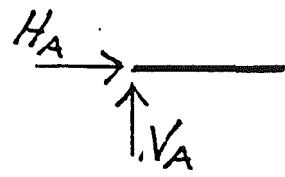
Bevægelig simpel understøtning.

Denne kan kun optage kræfter vinkelret på lejepladen (ruller eller glideflade).

Understøtningen forhindrer altså kun lodret bevægelse.

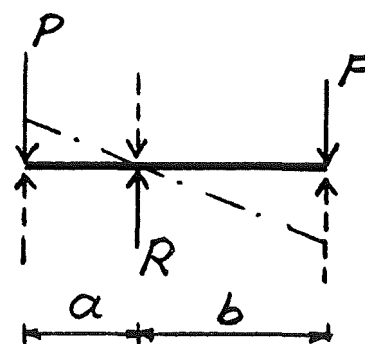
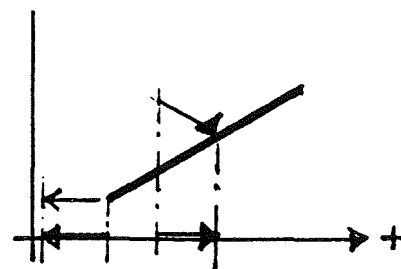
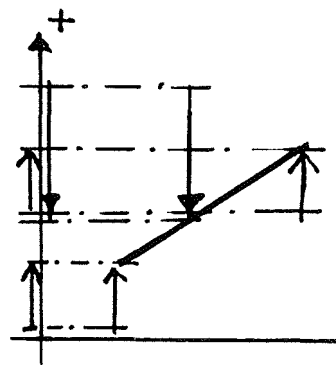
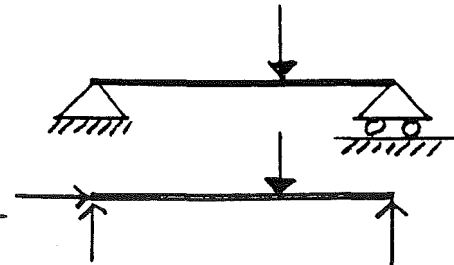
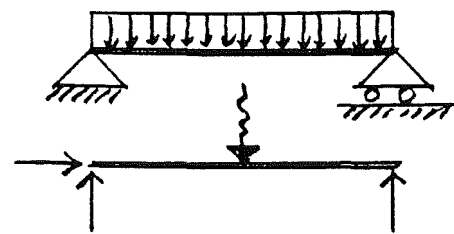
Lejeplade.

Reaktionerne V_A og V_B beliggenhed er i lejepladens tyngdepunkt.



LIGEVÆGT.

Statisk bestemte bjælker regnes ved hjælp af ligevægtsligningerne, h.v.s. der må kun være 3 ubekendte. Den simpelt understøttede bjælke har 2 understøtninger med ialt 3 reaktioner.



$$\boxed{\begin{array}{l} + \\ \uparrow \sum V = 0: \end{array}}$$

Ingen lodret bevægelse, positiv opad.

$$\boxed{\begin{array}{l} \rightarrow + \\ \sum H = 0: \end{array}}$$

Ingen vandret bevægelse, positiv mod højre.

$$\boxed{\begin{array}{l} \curvearrowright \\ \sum M = 0 \downarrow A: \end{array}}$$

Ingen rotation, positiv med uret, A er omdrejningspunkt.

$$P \cdot a = F \cdot b \Rightarrow$$

$$F \cdot b - P \cdot a = 0 = \sum M = 0 \downarrow R$$

Eks. 6:

$$\overset{+}{\sum} H = 0: \underline{H_A = 0 \text{ kN.}}$$

$$\overset{\curvearrowright}{\sum} M = 0 \downarrow_A:$$

$$10 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} - V_B \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{V_B = \frac{10 \cdot 1 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 2,5 \text{ kN}}$$

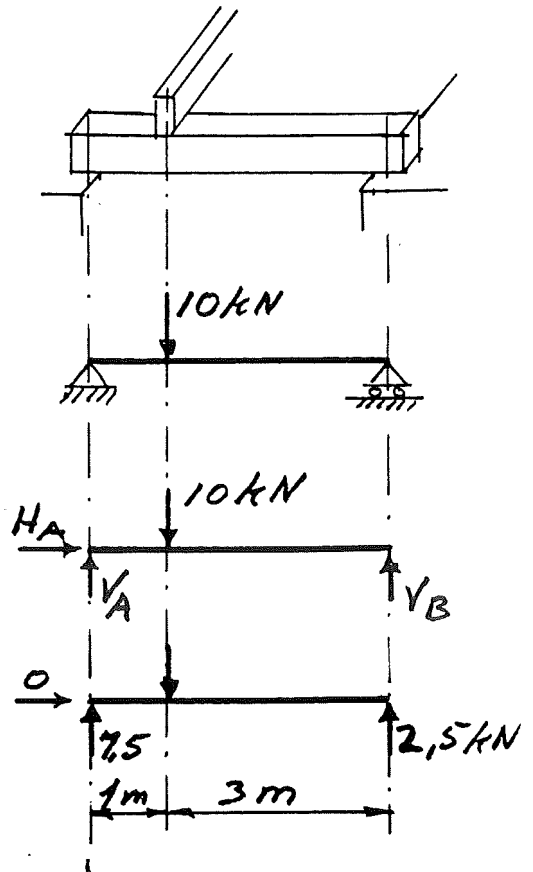
$$\overset{\curvearrowright}{\sum} M = 0 \downarrow_B:$$

$$V_A \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - 10 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{V_A = \frac{10 \cdot 3 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 7,5 \text{ kN}}$$

Kontrol

$$\overset{+}{\sum} V = 0: 7,5 - 10 + 2,5 = 0$$

Eks. 7:

$$\text{Totallast. } 2 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} = 8 \text{ kN.}$$

$$\overset{\curvearrowright}{\sum} M = 0 \downarrow_A:$$

$$(2 \cdot 4) \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} - V_B \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{V_B = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 4 \text{ kN}}$$

$$\overset{\curvearrowright}{\sum} M = 0 \downarrow_B:$$

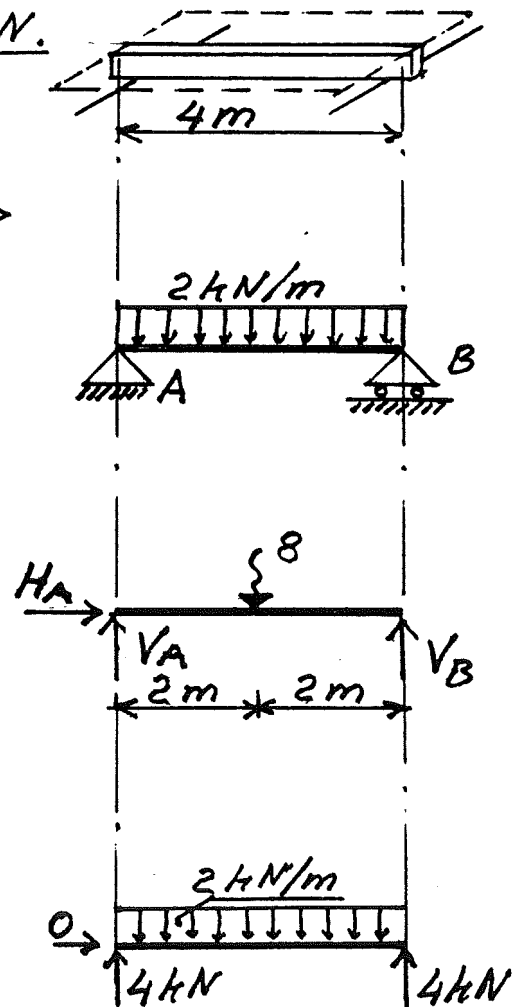
$$V_A \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} - (2 \cdot 4) \text{ kN} \cdot 2 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{V_A = \frac{2 \cdot 4 \cdot 2 \text{ kNm}}{4 \text{ m}} = 4 \text{ kN}}$$

Kontrol.

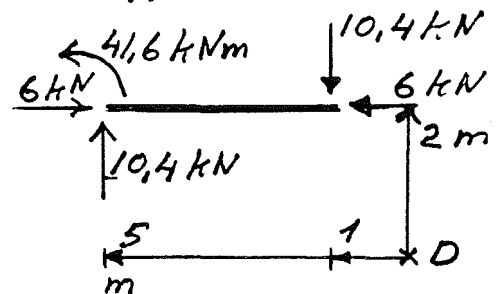
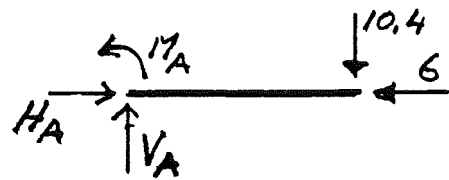
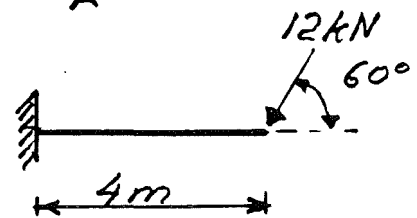
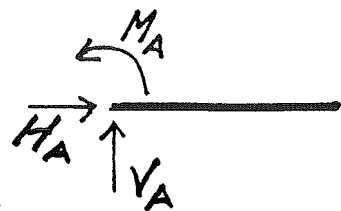
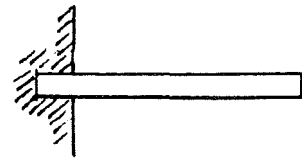
$$\overset{+}{\sum} V = 0: 4 - 2 \cdot 4 + 4 = 0$$

$$\overset{\rightarrow}{\sum} H = 0: \underline{H_A = 0}$$



Indspændt understøtning.

Med denne understøtning etableres en fuldstændig fast forbindelse, hvilket vil sige at den kan optage både vandrette og lodrette kræfter samt moment, altså ingen lodret bevægelse, ingen vandret bevægelse og ingen rotation.



Eks. 8:

$$F_H = 12 \cdot \cos 60^\circ = \underline{6,0 \text{ kN}}$$

$$F_V = 12 \cdot \sin 60^\circ = \underline{10,4 \text{ kN}}$$

$$\uparrow \sum V = 0: V_A - 10,4 = 0 \Rightarrow V_A = \underline{10,4 \text{ kN}}$$

$$\rightarrow \sum H = 0: H_A - 6,0 = 0 \Rightarrow H_A = \underline{6,0 \text{ kN}}$$

$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_A: -M_A + 10,4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow$$

$$M_A = 10,4 \cdot 4 = \underline{41,6 \text{ kNm}}$$

Kontrol:

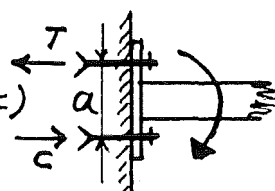
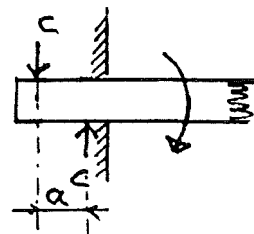
$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_D:$$

$$6 \cdot 2 + 10,4 \cdot 5 - 41,6 - 10,4 \cdot 1 - 6 \cdot 2 = \underline{0}$$

Indspændingsmomentet

optages som træk (T) - tryk (C)

$$T = C = \frac{M}{\alpha}$$



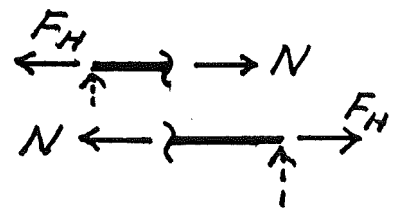
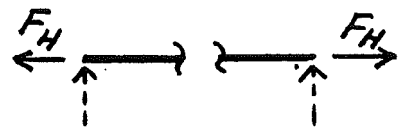
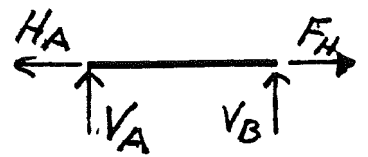
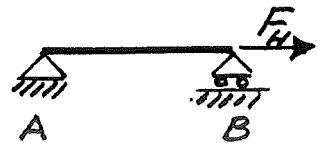
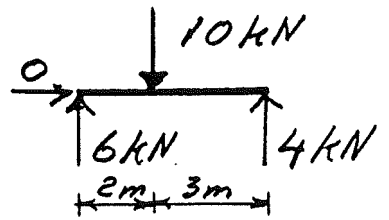
INDRE KRÆFTER I BJÆLKER.

Last og reaktioner er bjælke-
kens ydre kræfter.

For at kunne bestemme en bjælkes dimension er det nødvendigt at kende dens indre kræfter.

Hvis der f. eks. bliver trukket i en bjælke med kraften F_H bliver reaktionen $H_A = F_H$ bjælken forbinder altså de 2 kræfter F_H .

Skæres bjælken over, vil de 2 dele bevæge sig bort fra hinanden, der må altså være kræfter inde i bjælken der forhindrer denne bevægelse, og for at finde disse kræfter benyttes snitprincippet, hvilket vil sige bjælken tænkes snittet over, og de kræfter der tilføjes i snittet, benævnes her hvor de er ≠ med bjælkeaksen, for normalkræfter N .



Ved nu at bruge ligevægt-ligningen: $\sum H=0$ findes snitkraften N .

$$\sum H=0: -F_H + N_c = 0 \Rightarrow \underline{N_c = F_H.}$$

$$\sum H=0: -N_c + F_H = 0 \Rightarrow \underline{N_c = F_H.}$$

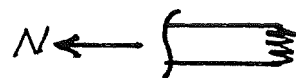
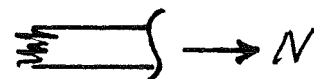
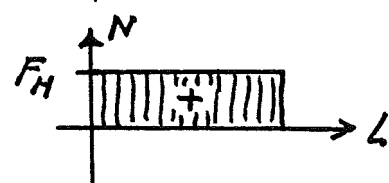
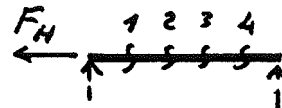
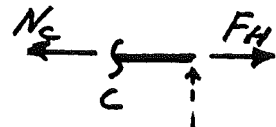
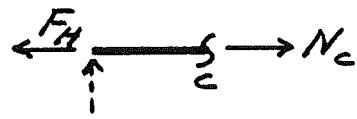
Ved nu at lægge snit passende steder i bjælken, kan forløbet af normalkræfterne bestemmes, og vises på en kurve. Den viste bjælke/trækstang har i alle snit $N=F_H$. Her hvor der er træk i bjælken er normalkraften positiv, og tilsvarende er der negativ normalkraft når der er tryk i bjælken.

$+N = \text{træk}$

$-N = \text{tryk}$

For at dette bliver rigtigt, skal snitpilen altid vise bort fra snittet.

Normalkraften i et snit vil altid være lig summen af kræfterne til henholdsvis højre og venstre for snittet.



Alt efter den last der er på en bjælke, er der mulighed for 3 typer snitkræfter; normalkraft N , tværkraft V og moment M .

Tværkraften V er en snitkraft vinkelret på bjælkeaksen, og den findes ved $\sum V = 0$.

$$\uparrow \sum V = 0: V_A - V_1 = 0 \Rightarrow \underline{V_1 = V_A}$$

$$\uparrow \sum V = 0: V_1 - F_V + V_B = 0 \Rightarrow \underline{V_1 = F_V - V_B}$$

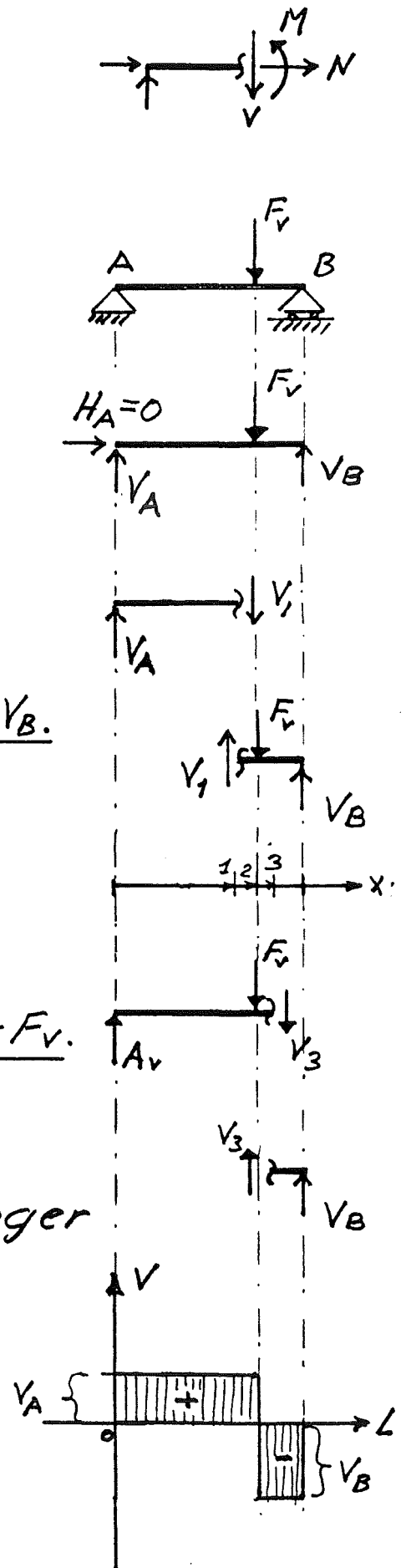
Begge ligninger gælder ikke kun for det viste snit, men i hele området. $0 \leq x \leq 2$

$$\uparrow \sum V = 0: V_A - F_V - V_3 = 0 \Rightarrow \underline{V_3 = V_A - F_V}$$

$$\uparrow \sum V = 0: V_3 + V_B = 0 \Rightarrow \underline{V_3 = -V_B}$$

Her gælder begge ligninger for området. $2 \leq x \leq L$.

V -kurven kan derefter tegnes ud fra de beregnede tværkrafters størrelse.



Eks. 9:

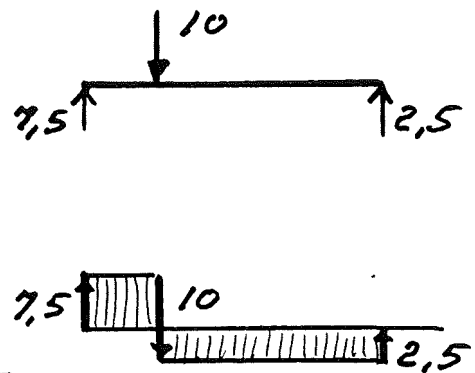
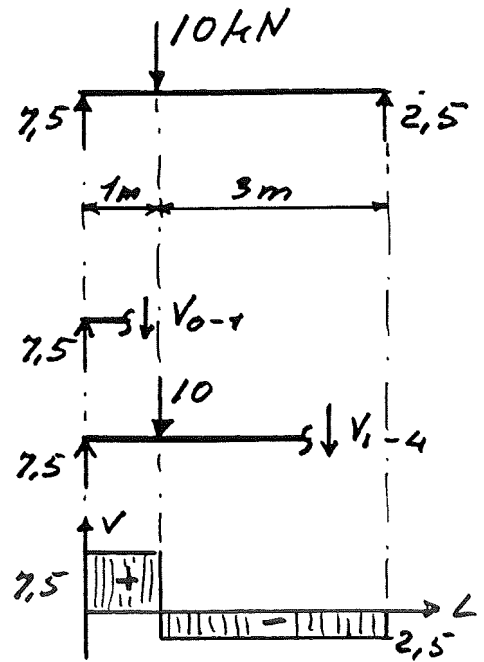
Forsøttelse af eks. 6.

$$\uparrow \Sigma V = 0: 7,5 - V_{0-1} = 0 \Rightarrow V_{0-1} = 7,5 \text{ kN.}$$

$$\uparrow \Sigma V = 0: 7,5 - 10 - V_{1-4} = 0 \Rightarrow V_{1-4} = -2,5 \text{ kN.}$$

Men der er også en enklere måde, idet trækkraftkurven i et hvert punkt viser summen af bjælkenes ydre kræfter til venstre eller til højre, hvilket resulterer i at en enkeltkraft på bjælken giver et spring i kurven, og der hvor der ingen last er vil kurven være vandret. Dette betyder at kurven kan tegnes uden beregning.

For at få rigtigt fortegn skal snitpilen vende nedad for ligevægt af venstre del, og opad for ligevægt på højre del.



Eks. 10:

Forsøttelse af eks. 7.

$$\uparrow \sum V = 0: 4 - V_0 = 0 \Rightarrow \underline{V_0 = 4 \text{ kN.}}$$

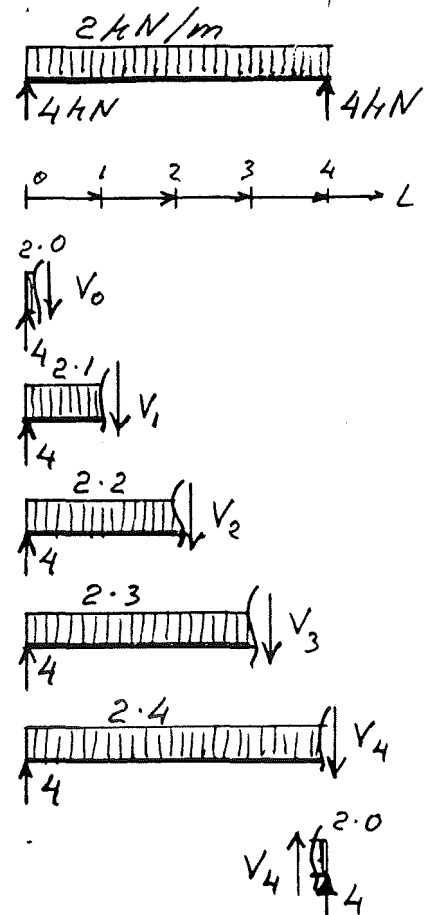
$$\uparrow \sum V = 0: 4 - 2 \cdot 1 - V_1 = 0 \Rightarrow \underline{V_1 = 2 \text{ kN.}}$$

$$\uparrow \sum V = 0: 4 - 2 \cdot 2 - V_2 = 0 \Rightarrow \underline{V_2 = 0 \text{ kN.}}$$

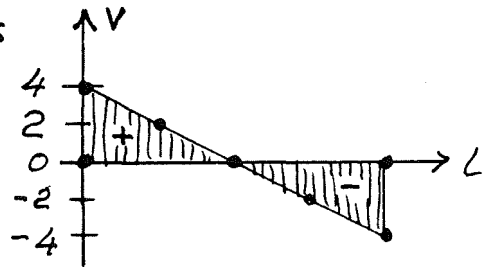
$$\uparrow \sum V = 0: 4 - 2 \cdot 3 - V_3 = 0 \Rightarrow \underline{V_3 = -2 \text{ kN.}}$$

$$\uparrow \sum V = 0: 4 - 2 \cdot 4 - V_4 = 0 \Rightarrow \underline{V_4 = -4 \text{ kN.}}$$

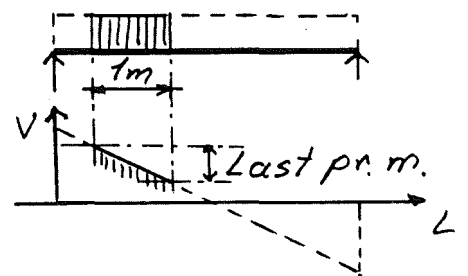
$$\uparrow \sum V = 0: 4 + V_4 = 0 \Rightarrow \underline{V_4 = -4 \text{ kN.}}$$



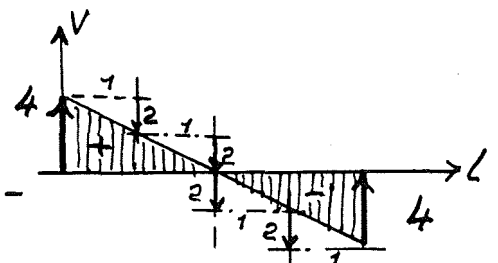
V-kurven vil når den tegnes ved hjælp af de beregnede punkter være trekantformet.



Kurvens hældning er lig med den jævnt fordelte Last pr. meter.

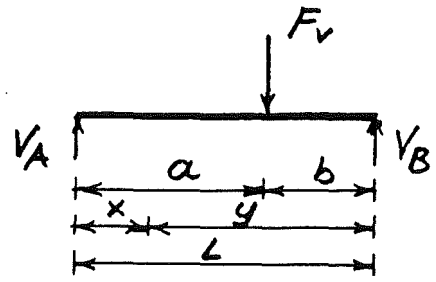


også for en bjælke med jævnt fordelt last kan V-kurven tegnes uden beregning.



Momentet M .

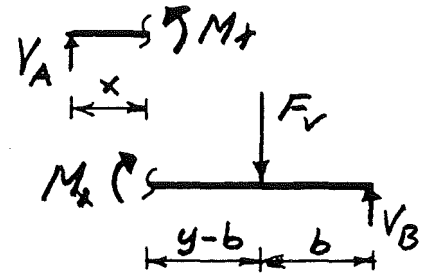
snitmomentet findes ved
 $\sum M = 0$.



$$\sum M = 0 \downarrow_x: V_A \cdot x - M_x = 0 \Rightarrow \underline{M_x = V_A \cdot x.}$$

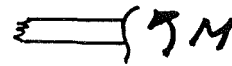
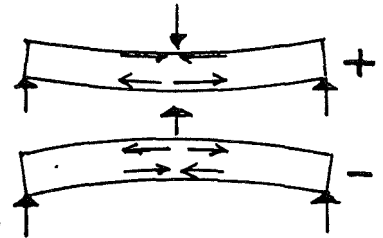
$$\sum M = 0 \downarrow_x: M_x + F_v(y-b) - V_B \cdot y = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_x = V_B \cdot y - F_v(y-b).}$$

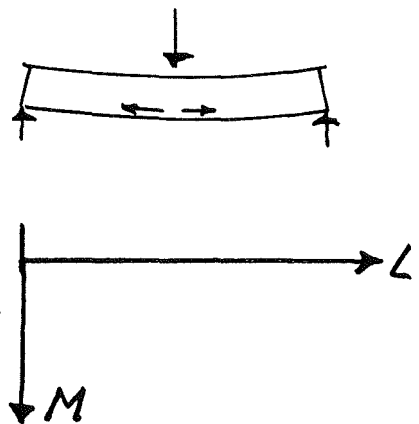
Fortegnsregel.

Når momentet i en bjælke er positivt, vil der være træk i undersiden af bjælken og tryk i oversiden.

For at dette bliver rigtigt, skal snitmomentpilen dreje mod uret for venstre bjælkedel og med uret for højre bjælkedel.

Momentkurve.

For at markere sammenhængen mellem positivt moment - træk i undersiden - nedbøjning, vælges M -kuvens positive retning nedad.



Eks. 11.

Forsøetelse af eks. 9.

$$\sum M = 0 \downarrow_0 : 7,5 \cdot 0 - M_0 = 0 \Rightarrow \underline{M_0 = 0}$$

$$\sum M = 0 \downarrow_1 : 7,5 \cdot 1 - M_1 = 0 \Rightarrow \underline{M_1 = 7,5 \text{ kNm}}$$

$$\sum M = 0 \downarrow_2 : 7,5 \cdot 2 - 10 \cdot 1 - M_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_2 = 5,0 \text{ kNm}}$$

$$\sum M = 0 \downarrow_3 : 7,5 \cdot 3 - 10 \cdot 2 - M_3 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_3 = 2,5 \text{ kNm}}$$

$$\sum M = 0 \downarrow_4 : 7,5 \cdot 4 - 10 \cdot 3 - M_4 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_4 = 0}$$

Momentkurven bliver ret-
linet med sit maximum
ved kraftens angrebspunkt.

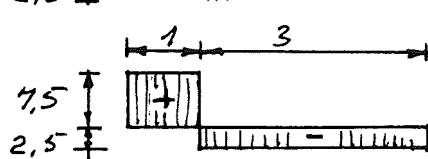
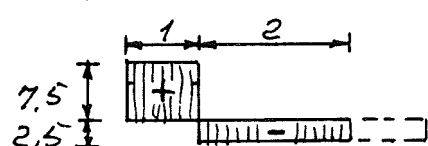
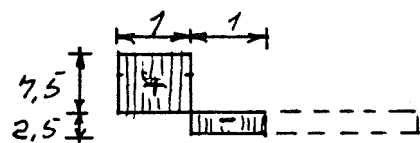
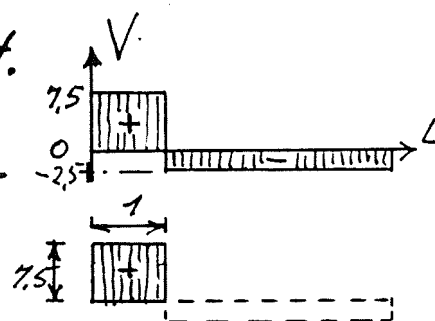
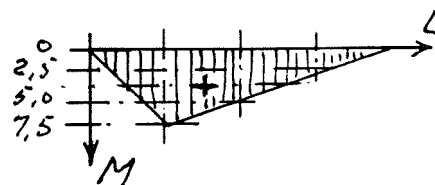
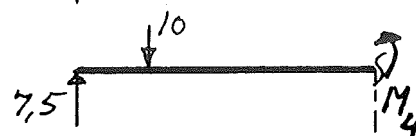
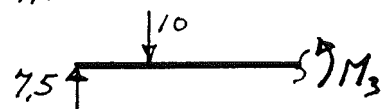
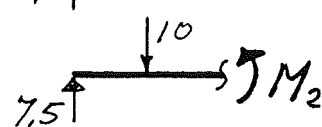
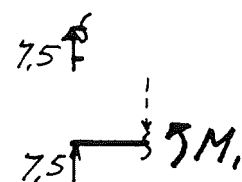
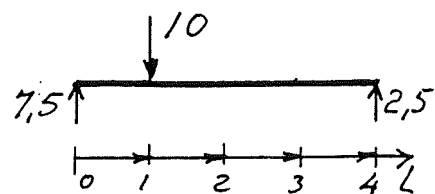
Bjælkens moment kan og-
så beregnes af V-kurvens
areal.

$$M_1 = 7,5 \cdot 1 = \underline{7,5 \text{ kNm}}$$

$$M_2 = 7,5 \cdot 1 - 2,5 \cdot 1 = \underline{5 \text{ kNm}}$$

$$M_3 = 7,5 \cdot 1 - 2,5 \cdot 2 = \underline{2,5 \text{ kNm}}$$

$$M_4 = 7,5 \cdot 1 - 2,5 \cdot 3 = \underline{0}$$



Eks. 12:

Forsættelse af eks. 10.

$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_1 : 4 \cdot 1 - (2 \cdot 1) \cdot 0,5 - M_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_1 = 3 \text{ kNm.}}$$

$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_2 : 4 \cdot 2 - (2 \cdot 2) \cdot 1 - M_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_2 = 4 \text{ kNm.}}$$

$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_3 : 4 \cdot 3 - (2 \cdot 3) \cdot 1,5 - M_3 = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{M_3 = 3 \text{ kNm.}}$$

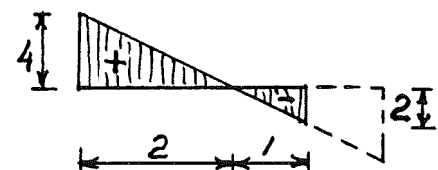
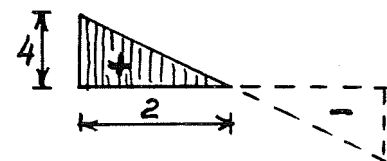
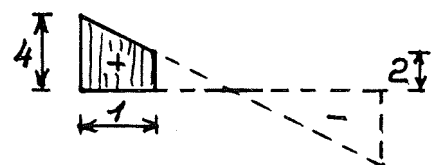
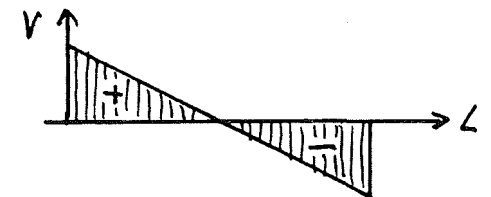
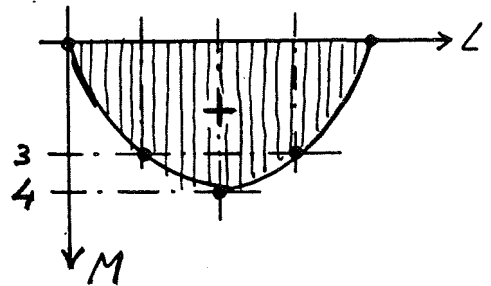
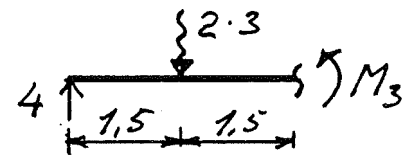
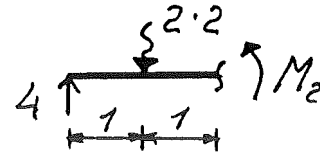
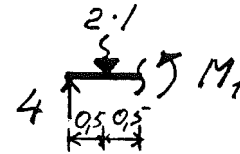
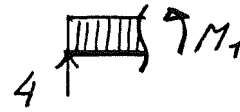
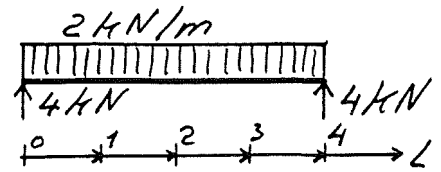
For bjælker med jævnt fordelt last bliver M-kurven parabelformet.

Bjælkens moment beregnet af V-kurvens areal.

$$M_1 = \frac{1}{2} (4+2) \cdot 1 = \underline{3 \text{ kNm.}}$$

$$M_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = \underline{4 \text{ kNm.}}$$

$$M_3 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = \underline{3 \text{ kNm.}}$$



Sammenfatning.Konstruktion.Statisk model.**Formler T.S. s. 98-10**Frit legeme.

$$V_A = 10 \text{ kN} \cdot 3 \text{ m} / 4 \text{ m} = \underline{7,5 \text{ kN}}$$

$$V_B = 10 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} / 4 \text{ m} = \underline{2,5 \text{ kN}}$$

V-kurve. (Tværkræfter).

$$V_{\max} = V_A = \underline{7,5 \text{ kN}}$$

M-kurve. (Momenter).

$$M_{\max} = 10 \text{ kN} \cdot 1 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} / 4 \text{ m} = \underline{7,5 \text{ kNm}}$$

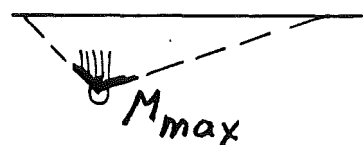
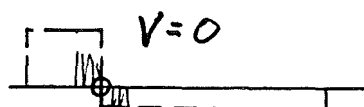
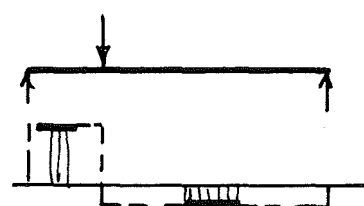
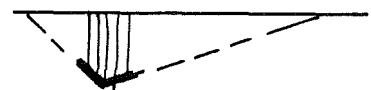
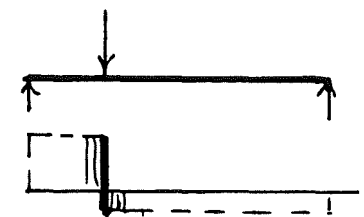
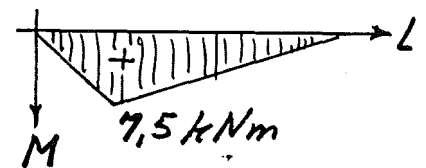
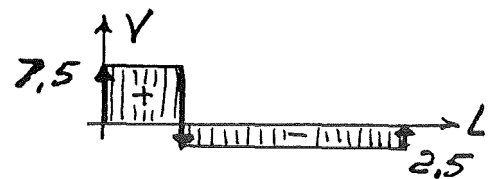
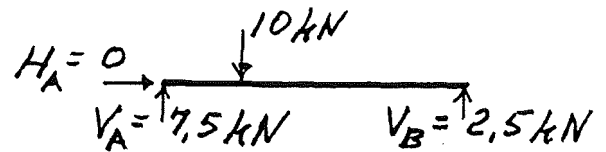
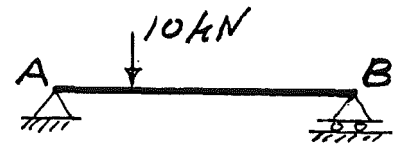
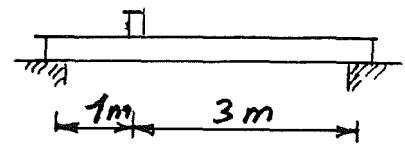
Bemærk.

Hvor der er enkeltkraft på bjælken, har V-kurven et spring, og M-kurven et knæk.

Hvor bjælken er ubelastet er V-kurven vandret og M-kurven jævnt voksende ved positiv tværkraft og jævnt aftagende ved negativ tværkraft.

Hvor V-kurven skærer 0-aksen vender M-kurven, h.v.s.

M_{\max} , eller M_{\min} .



Konstruktion.Statisk model.

Formler T.S. s. 95-1

Frit legeme.

$$V_A = V_B = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kN/m} \cdot 4 \text{ m} = \underline{4 \text{ kN.}}$$

V-kurve.

$$V_{\max} = V_A = V_B = \underline{4 \text{ kN.}}$$

M-kurve.

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 2 \text{ kN/m} \cdot 4^2 \text{ m} = \underline{4 \text{ kNm.}}$$

Bemærk.

Hvor der er jævnt fordelt last på bjælken er V-kurven jævnt faldende, og M-kurven parabelformet.

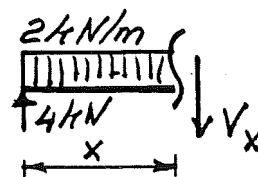
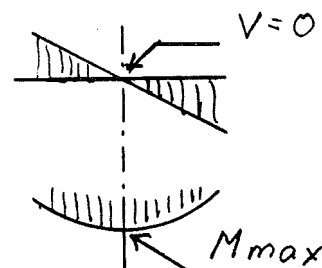
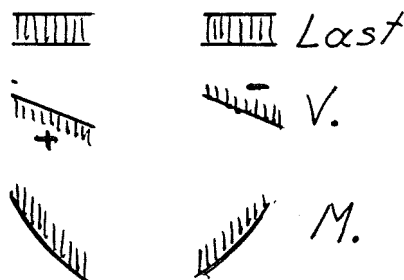
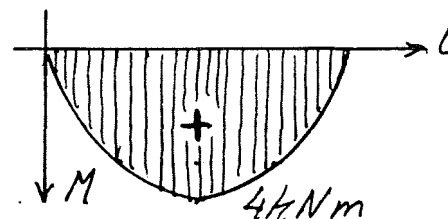
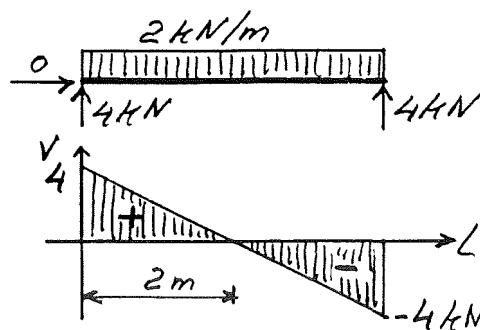
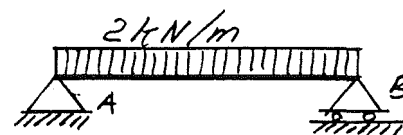
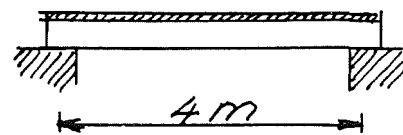
Hvor V-kurven skærer 0-aksen vender M-kurven, h.v.s. M_{\max} , eller M_{\min} .

$$V=0.$$

$$\uparrow \Sigma V=0: 4 \text{ kN} - 2 \text{ kN/m} \cdot x \text{ m} - V_x = 0 \Rightarrow$$

$$V_x = 0$$

$$x = \frac{4 \text{ kN}}{2 \text{ kN/m}} = \underline{2 \text{ m}}$$



Sikkerhed.

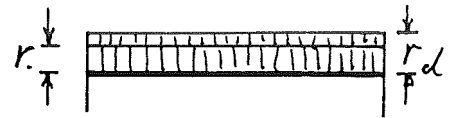
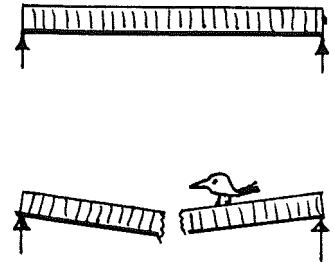
Bjælker, søjler o.s.v. skal ikke kun holde til den last de skal bære. De skal af sikkerhedsgrunde kunne bære mere, sikkerheden indføres ved at gange lasten med en partiaalkoefficient γ hvis størrelse er afhængig af lastart og flere andre ting.

Last med sikkerhed er regningsmæssig, hvilket vises med index d .

Pensum vedrørende last og sikkerhed se Regi 2.

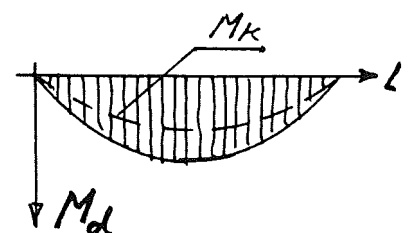
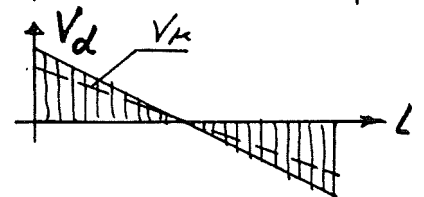
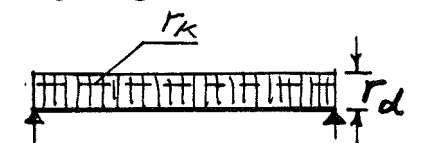
Snitkræfter for regningsmæssig last får også index d

Regn. tværkraft V_d
 " moment M_d
 " normalkraft N_d



$$r_d = g + 1,3 q.$$

$$r_d = g + 1,3 s.$$



Styrkelære.

Trækstænger.

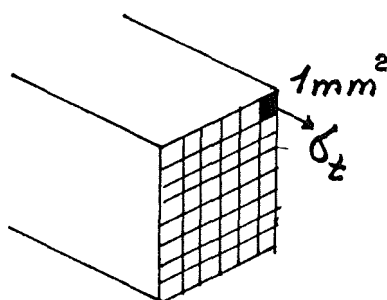
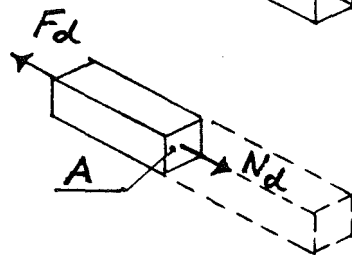
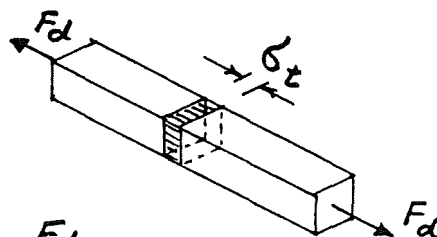
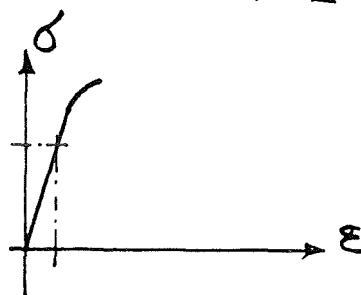
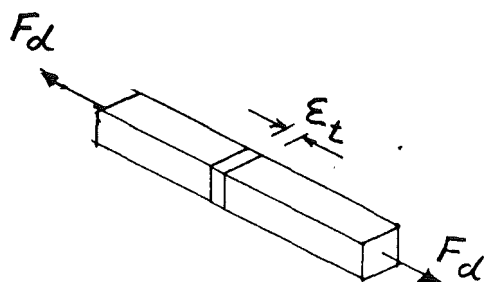
Hvis normalkraften i en stang er positiv (+) er det en trækstang.

Ved trækket bliver stangen længere, og deformationen ϵ_t (epsilon) vil være lige stor over hele tværsnittet A. Ifølge Hooks Lov vil der så også være lige store spændinger σ_t (sigma) over hele tværsnittet. Med spændingsenheden $\text{Mpa} = \text{N/mm}^2$ vil σ_t være den trækraft der er på hver mm^2 i tværsnittet. Summen af spændinger er lig med normalkraften.

$$\sigma_t \cdot A = N_d \Rightarrow$$

$$\sigma_t = \frac{N_d}{A} \text{ N/mm}^2 \hat{=} \text{ styrke}$$

som så er spændingsformlen for trækstænger.



Bjælker.

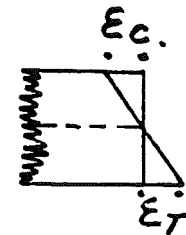
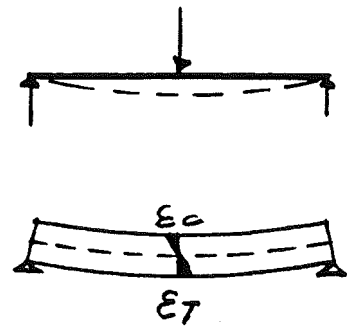
Når en bjælke belastes deformerer den. Den bøjer ned og bliver dermed kortere i oversiden ϵ_c og længere i undersiden ϵ_T , i midten af tværsnittet er deformationen nul. (nullinien).

Hvor bjælken bliver kortere er der tryk c , og hvor bjælken bliver længere er der træk T .

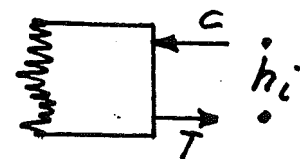
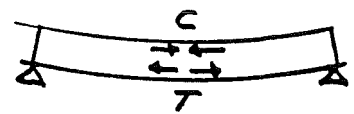
Da $\epsilon H = 0$ er $c = T$ hvilket vil sige at c og T er et kraftpar/moment

Ifølge Hooks lov er der for et elastisk materiale (f. eks. træ) proportionalitet mellem deformationerne ϵ og spændingerne σ (sigma). Dette betyder at spændingsfiguren har facon som deformationsfiguren.

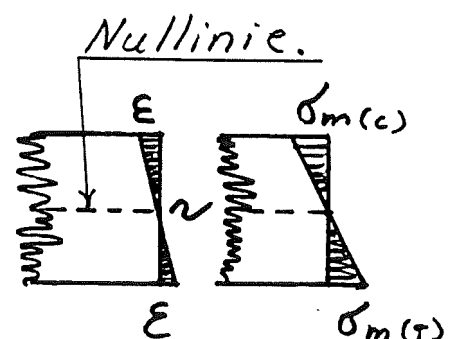
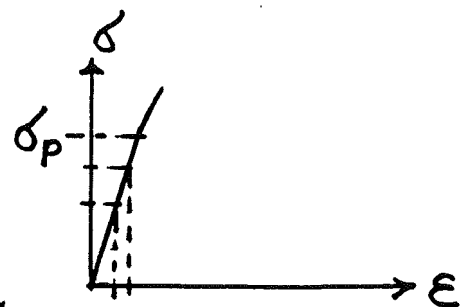
Lasten på en bjælke forårsager altså et



$\epsilon = \text{Epsilon.}$



$$\begin{array}{c} \leftarrow c \\ h_i \\ \rightarrow T \end{array} = \curvearrowright M = c \cdot h_i$$



moment der af bjælken optages som et kraftpar der giver bjælken spændinger.

$$\sum H=0 \Rightarrow C=T$$

$$\sum M=0 \Rightarrow M=C \cdot h_i = T \cdot h_i$$

$$C = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \frac{h}{2} \cdot \sigma_{m(c)} = \frac{1}{4} \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{m(c)}$$

$$h_i = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{2}{3} \cdot h$$

$$M = C \cdot h_i$$

$$M = \frac{1}{4} \cdot b \cdot h \cdot \sigma_{m(c)} \cdot \frac{2}{3} \cdot h =$$

$$\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 \cdot \sigma_{m(c)}$$

$$\sigma_{m(c)} = \frac{M}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2}$$

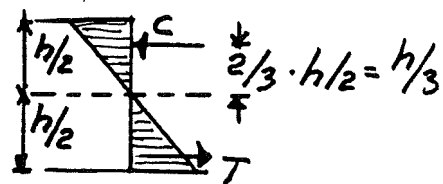
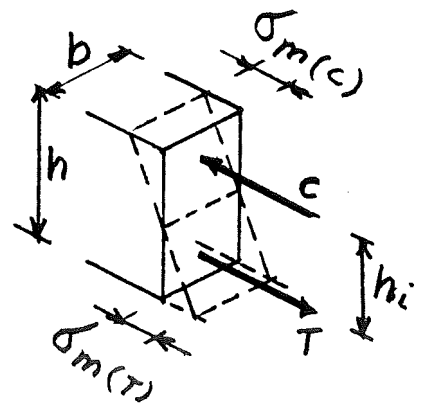
Da $C=T$ er $\sigma_{m(c)} = \sigma_{m(T)}$
h.v.s. træk- og trykspændingerne er lige store
derfor $\sigma_{m(c)} = \sigma_{m(T)} = \sigma_m$

$\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = W$ modstandsmoment for et rektangulært tværsnit.

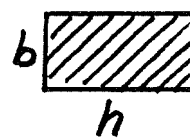
Tværsnit på højkant har størst modstandsmoment.

Forskellige tværsnits modstandsmomenter findes i teknisk stabi.

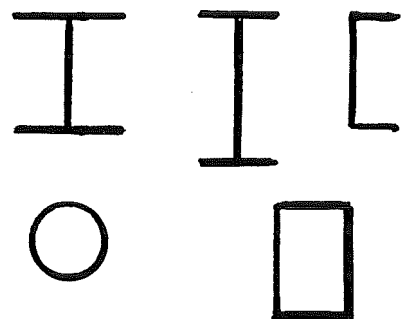
$$\sigma_m = \frac{M}{W}$$



$$W_{\max} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$



$$W_{\min} = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b^2$$



Den spænding der opstår i den belastede bjælke må ikke overskride bjælkematerialets regningsmæssige styrke (f), som findes at den karakteristiske styrke divideret med en partialkoefficient (γ). (gamma)

Træ: $f_{md} = \frac{f_{m,k}}{\gamma}$

Stål: $f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma}$

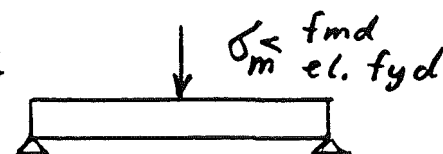
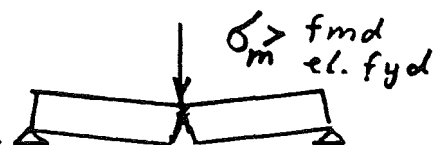
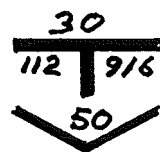
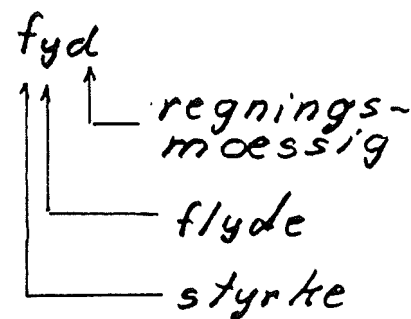
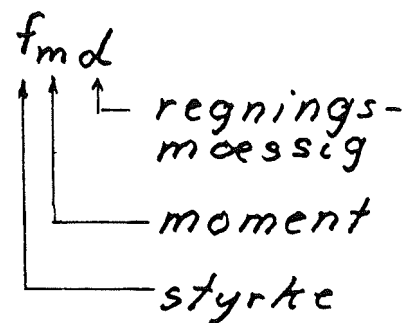
For træ er den karakteristiske styrke bestemt ved sortering:

Styrkeklasse $\left\{ \begin{array}{l} K30 \\ K24 \\ K18 - U/K - DK18 \end{array} \right\}$ T-virke

Stål fremstilles i forskellige styrkeklasser:

Fe 360, Fe 430 og Fe 510.

Spændingskontrol.	Dimensivering.	Materiale.
$\sigma_m = \frac{M_d}{W} \leq f_{md}$	$W \geq \frac{M_d}{f_{md}}$	Træ
$\sigma_m = \frac{M_d}{W} \leq f_{yd}$	$W \geq \frac{M_d}{f_{yd}}$	Stål



Usymmetriske tværsnit.

Hvis bøjningsspændingen σ_m ønskes fundet et vilkårligt sted i tværsnittet er det nødvendigt at udvide spændingsformlen.

$$\sigma_m = \frac{Md}{W}$$

For det rektangulære tværsnit.

$$\sigma_m = \frac{Md}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2}$$

$$W = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$

$$I = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 \cdot h/2$$

$$I = W \cdot h/2$$

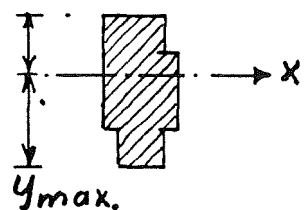
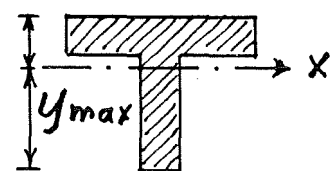
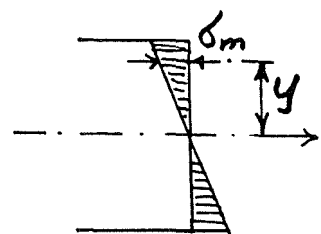
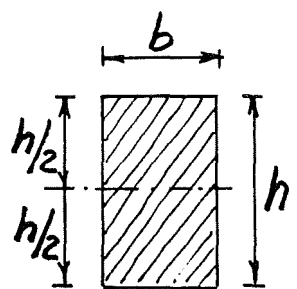
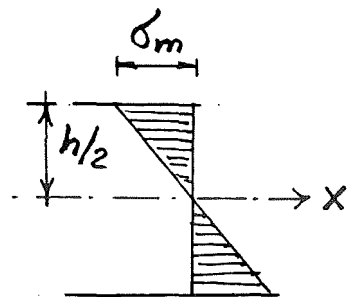
$$W = \frac{I}{h/2}$$

$$\sigma_m = \frac{Md}{I} \cdot h/2$$

Spændingen kan nu findes et vilkårligt sted ved at ændre $h/2$ til y hvis værdi kan vælges efter ønske.

$$\sigma_m = \frac{Md}{I} \cdot y$$

Formlen kan også bruges til at finde spændingen i usymmetriske tværsnit. Indsættes $y = y_{\max}$ findes største spænding.



Forskydning.

På samme måde som det på grundlag af momentkurven sikres at spændingen σ_m ikke er større end bøjningsstyrken f_{md} eller f_{yd} , skal det sikres at de på grundlag af V -kurven fundne trækræfter ikke giver større forskydningsspændinger τ (tau) end forskydningsstyrker f_{vd} eller $0,58 \cdot f_{yd}$.

$$V_d = V_A = \frac{1}{2} \cdot r_d \cdot L$$

Ligevægt.

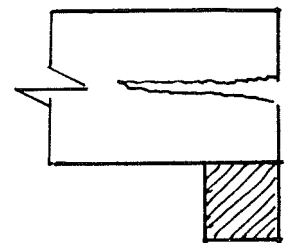
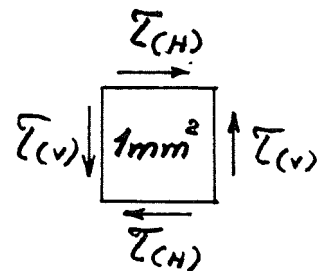
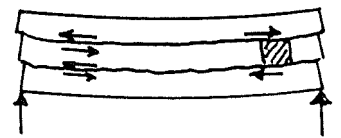
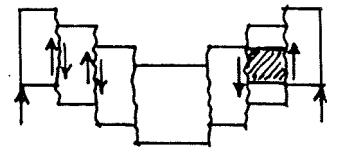
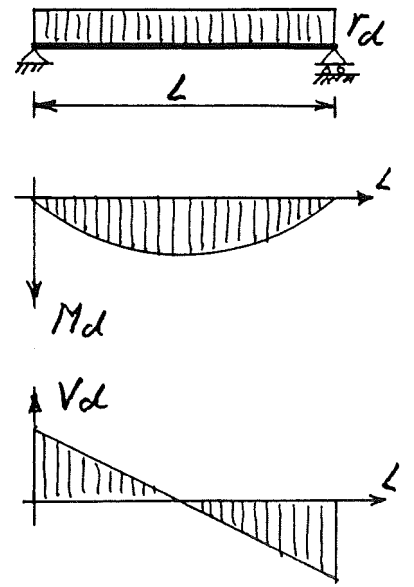
$$\sum H = 0.$$

$$\sum V = 0.$$

$$\sum M = 0. \Rightarrow \tau_{(v)} = \tau_{(h)}.$$

Samme forskydningsspænding lodret og vandret.

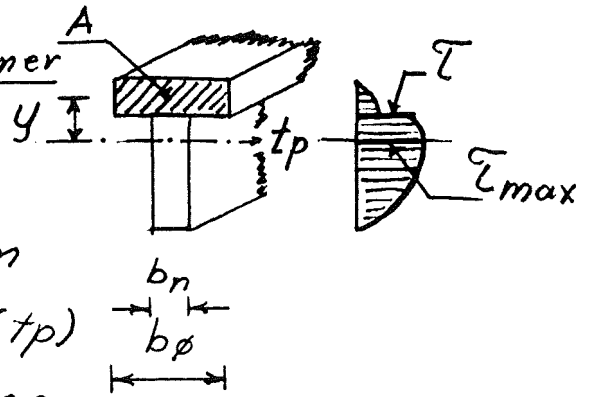
Forskydningsbrud i træbjælker er vandret på grund af at forskydningsstyrken er ringere \neq fibrene end \perp fibrene.



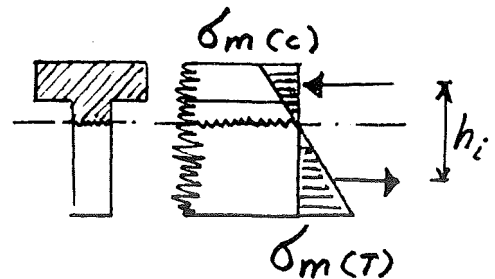
Forskydning alle tværsnitsformer

$$\tau = \frac{Vd \cdot S}{b \cdot I}$$

$S = A \cdot y$. Statisk moment om tværsnittets tyngdepunkt (t_p) for det areal (A) der ligger udenfor forskydningsnittet.



Største forskydning τ_{max} findes altid i tværsnittets tyngdepunkt.

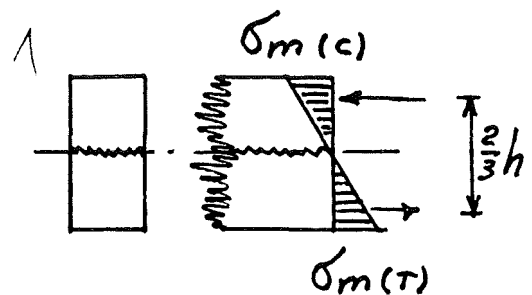
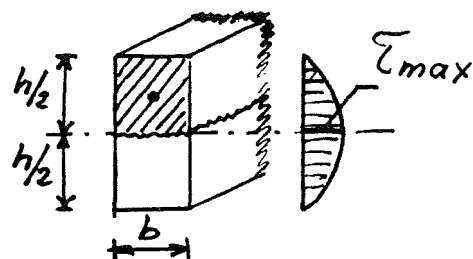
Rektangulært homogent tværsnit.

$$\tau = \frac{Vd \cdot S}{b \cdot I} = \frac{Vd}{b \cdot I/S}$$

$$\frac{I}{S} = \frac{1/12 \cdot b \cdot h^3}{b \cdot h/2 \cdot h/4} = \frac{2}{3}h = h_i$$

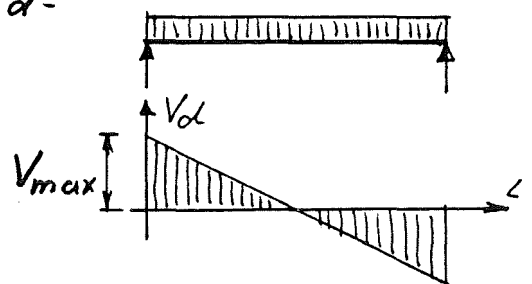
$$\tau_{max} = \frac{Vd}{b \cdot \frac{2}{3}h} = \frac{3}{2} \frac{Vd}{b \cdot h}$$

τ_{max} er største forskydnings-spænding i tværsnittet.



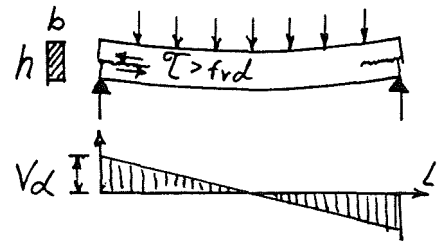
Bjælkens største forskydnings-spænding findes når V_{max} ind-sættes

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{max}}{b \cdot h}$$

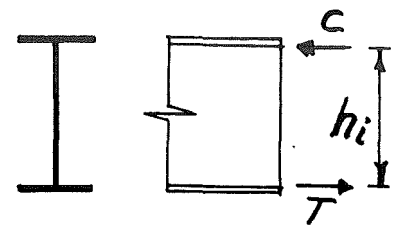
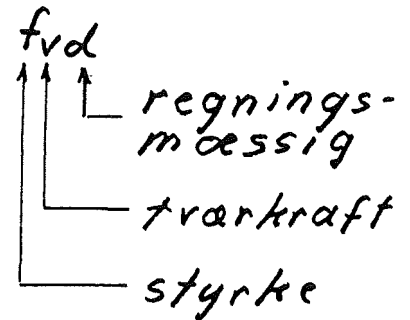


Forskydning træ.

$$\tau = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_d}{b \cdot h} \leq f_{vd}$$

I-træersnit.

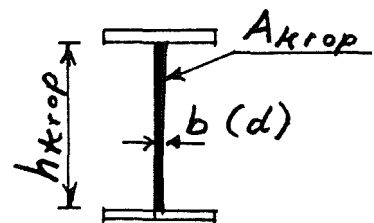
Da en stor del af træersnitsarealet er koncentreret i flangerne, bliver afstanden h_i mellem tryk- og trækresultanten næsten lig med kropshøjden.



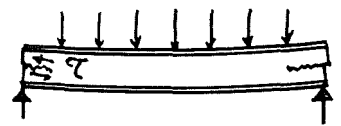
$$\tau = \frac{V_d}{b \cdot I_s} = \frac{V_d}{b \cdot h_i}$$

$$b \cdot h_i \sim b \cdot h_{krop} = A_{krop}$$

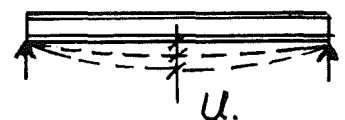
$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{A_{krop}}$$

Forskydning stål.

$$\tau = \frac{V_d}{A_{krop}} \leq 0,58 \cdot f_{yd}$$

Nedbøjning.

Den nedbøjning der kommer i en bjælke der belastes, kan deles op i den blivende nedbøjning fra den permanente last og den nedbøjning der kommer af



den variable last.

Den „permanente“ nedbøjning har betydning for fuger, udseende o.s.v., og der stilles sjældent krav til hvor stor den må være.

Til den „variable“ nedbøjning stiller normerne krav, idet denne nedbøjning er et udtryk for bjælkens slaphed (ryster-gynger).

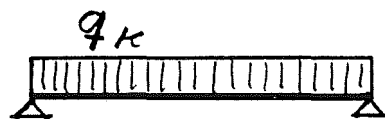
Træ:

Etagebjælker.

$u \leq 1/500 \cdot L$, for lasten $1,5 \text{ kN/m}^2$ (\cdot Lastbredde)

Tagbjælker.

$u \leq 1/400 \cdot L$, for g_k (se TRÆ 28)



Stål:

Etagebjælker.

$u \leq 1/400 \cdot L$

Tagbjælker.

$u \leq 1/200 \cdot L$

} for
 $g_k + q_k$

Nedbøjnings-
last.

$q_k = \text{karr. nytte-}$
last

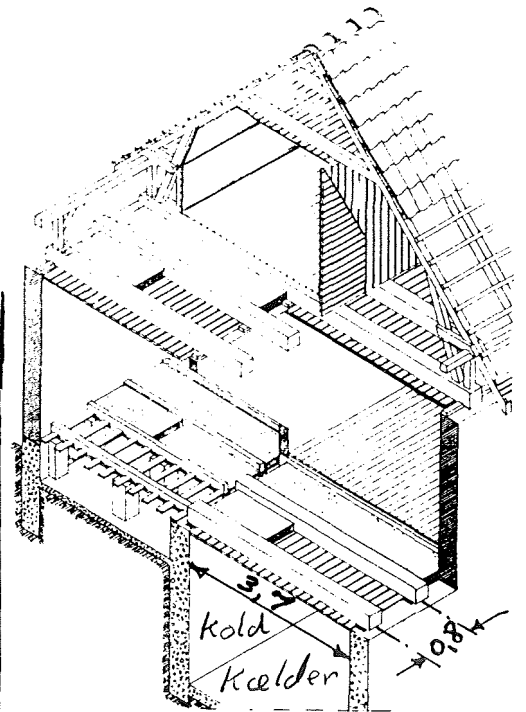
$$u = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q) \cdot L^4}{E \cdot I}$$

Eksempel 13.

Etagebjælke i træ.

K18, P+L, UI. $\rightarrow f_{m\bar{d}} 9,0 \text{ N/mm}^2$

Last.	k	δ	d
Nyttel.	1,50	1,3	1,95
L. vægge	0,50	1,0	0,50
Gulvbr.	0,15	1,0	0,15
Bjælker	0,10	1,0	0,10
Isolering	0,20	1,0	0,20
Forstall.	0,15	1,0	0,15
Løftpuds.	0,25	1,0	0,25



$$r_d = 3,30 \text{ kN/m}^2$$

$$L = 3,7 + 2 \cdot 0,1/2 = \underline{3,80 \text{ m}}$$

$$r_d = 0,8 \cdot 3,30 = \underline{2,64 \text{ kN/m}}$$

$$V_A = V_B = V_d = \frac{1}{2} \cdot 3,8 \cdot 2,64 = \underline{5,02 \text{ kN}}$$

$$M_d = \frac{1}{8} \cdot 2,64 \cdot 3,8^2 = \underline{4,77 \text{ kNm}}$$

$$W \geq \frac{4,77 \cdot 10^6}{9,0} = \underline{530 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$$

$$\frac{100 \times 225 \text{ mm}}{100 \times 225 \text{ mm}}, \begin{cases} W = 844 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \\ I = 94,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \end{cases}$$

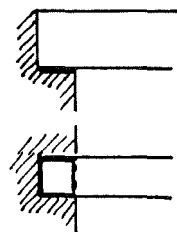
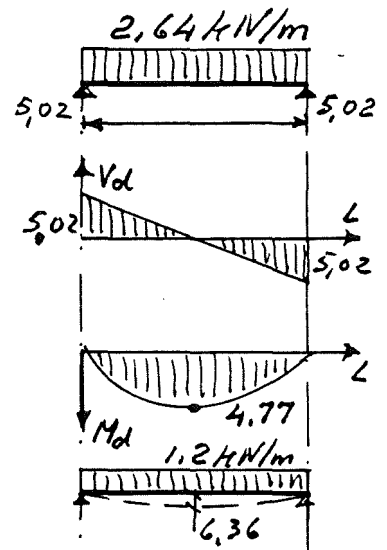
$$\sigma_m = \frac{4,77 \cdot 10^6}{844 \cdot 10^3} = \underline{5,65 \text{ N/mm}^2} < 9,0$$

$$\varepsilon_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{5,02 \cdot 10^3}{100 \cdot 225} = \underline{0,34 \text{ N/mm}^2} < f_{vd} = 1,2$$

$$q_k = 0,8 \cdot 1,50 = \underline{1,20 \text{ kN/m}}$$

$$v = \frac{5}{384} \cdot \frac{1,2 \cdot 3,84 \cdot 10^{12}}{5400 \cdot 94,9 \cdot 10^6} = \underline{6,36 \text{ mm}} < \frac{1}{500} \cdot 3800 = \underline{7,6}$$

$$\sigma_c = \frac{5,02 \cdot 10^3}{100 \cdot 100} = \underline{0,50 \text{ N/mm}^2} < \begin{cases} f_{cd} \text{ (beton)} \\ f_{c,90d} = 2,8 \end{cases}$$



Styrke- og stivhedstal for træ og stål.

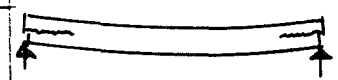
$$MPa = N/mm^2$$

Regningsmæssige styrketal i MPa¹. Normal sikkerhedsklasse²

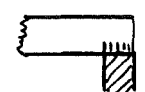
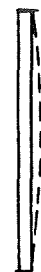
	limtræ						konstruktionstræ									
	L40			L30			K30			K24			K18			
	P + L	M	K	P + L	M	K	P + L	M	K	P + L	M	K	P + L	M	K	
fugtklasse I og IU																
bøjning	f_m	17,8	20,7	25,2	14,4	16,7	20,0	13,0	15,0	18,0	11,2	12,8	16,0	9,0	10,2	12,0
træk	f_t	12,0	14,0	17,0	9,6	11,1	13,3	8,7	10,0	12,0	7,5	8,5	10,7	4,3	4,8	5,7
	$f_{t,90}$	0,15	0,22	0,30	0,15	0,22	0,30	0,13	0,20	0,27	0,13	0,20	0,27	0,13	0,20	0,27
tryk	f_c	16,9	19,7	23,9	14,0	16,1	19,3	12,6	14,5	17,4	10,7	12,3	15,3	8,5	9,6	11,3
	$f_{c,90}$	3,1	3,6	4,4	3,1	3,6	4,4	2,8	3,3	4,0	2,8	3,3	4,0	2,8	3,3	4,0
forskydning	f_v	1,33	1,56	1,89	1,33	1,56	1,89	1,20	1,40	1,70	1,20	1,40	1,70	1,20	1,40	1,70
fugtklasse U																
bøjning	f_m	14,8	17,8	20,7	12,2	14,4	16,7	11,0	13,0	15,0	9,6	11,2	13,6	7,8	8,4	10,2
træk	f_t	10,0	12,0	14,0	8,1	9,6	11,1	7,3	8,7	10,0	6,4	7,5	9,1	3,7	4,0	4,8
	$f_{t,90}$	0,13	0,19	0,26	0,13	0,19	0,26	0,12	0,17	0,23	0,12	0,17	0,23	0,12	0,17	0,23
tryk	f_c	14,1	16,9	19,7	11,8	14,0	16,1	10,6	12,6	14,5	9,2	10,7	13,0	7,4	7,9	9,6
	$f_{c,90}$	2,6	3,1	3,6	2,6	3,1	3,6	2,3	2,8	3,3	2,3	2,8	3,3	2,3	2,8	3,3
forskydning	f_v	1,11	1,33	1,56	1,11	1,33	1,56	1,00	1,20	1,40	1,00	1,20	1,40	1,00	1,20	1,40



f_{md}



f_{vd}

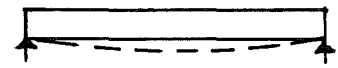


$f_{s,90}$

Regningsmæssige stivhedstal i MPa til brug ved deformationsberegninger

limtræ konstruktionstræ	L40				L30 K30				K24				K18			
	P	L	M	K	P	L	M	K	P	L	M	K	P	L	M	K
fugtklasse I E	8400	11200	12600	14000	7200	9600	10800	12000	6300	8400	9400	10500	5400	7200	8100	9000
fugtklasse IU E	7000	8400	9800	11200	6000	7200	8400	9600	5300	6300	7300	8400	4500	5400	6300	7200
fugtklasse U E	4200	7000	8400	9800	3600	6000	7200	8400	3200	5300	6300	7400	2700	4500	5400	6300

$k_s \cdot f_{cd}$

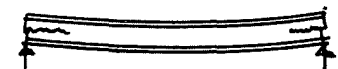


E

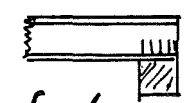
KONSTRUKTIONSTRÆ EFTER ISO 630	REGNINGSMÆSSIG VÆRDI f_{yd} N/mm ²						
	SIKKERHEDSKLASSE						
	LAV		NORMAL		HØJ		
		NMK	SMK	NMK	SMK	NMK	SMK
T.S. 204 Fe 360	$t \leq 16$	204	216	184	194	167	175
	$16 < t \leq 40$	196	206	176	186	160	168
Fe 430	$t \leq 16$	239	252	215	227	195	205
	$16 < t \leq 40$	230	243	207	219	188	198
Fe 510	$t \leq 16$	309	326	277	293	252	265
	$16 < t \leq 35$	300	317	270	285	245	257



f_{yd}

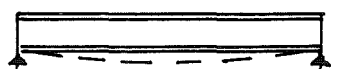


$0,58 \cdot f_{yd}$



f_{yd}

$k_s \cdot f_{yd}$



E

Elasticitetsmodul E til beregn. af nedbøjninger.

Fe 360-430-510 $0,21 \cdot 10^6$ N/mm²

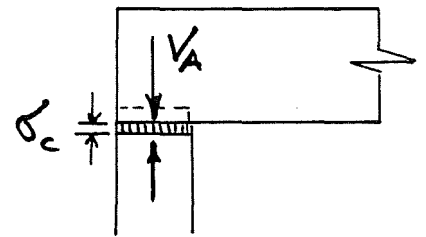
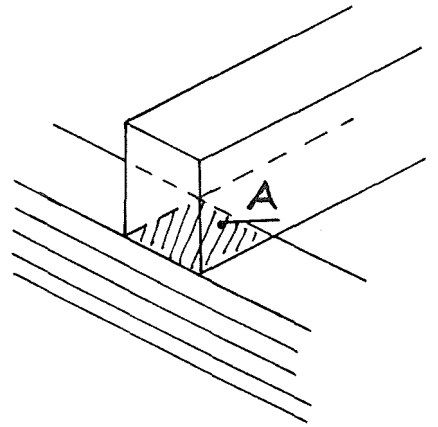
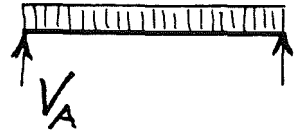
Tryk.

Spændingen i et vederlag findes efter samme formel, som for spænding i en trækstang.

$$\sigma_c = \frac{V_A}{A}$$

I vederlaget er der normalt 2 forskellige materialer, f. eks. træ/tegl, og derfor også 2 styrker der ikke må overskrides.

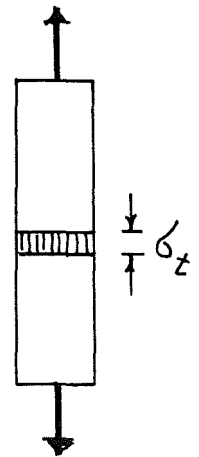
$\sigma_c = \frac{V_A}{A} \leq \begin{cases} f_{c, \text{træ}} \\ f_{c, \text{tegl}} \end{cases}$	træ tegl
---	-------------

Fortegn.

Træk $\rightarrow +N_d \rightarrow +\sigma = \sigma_t$

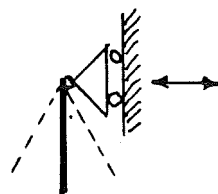
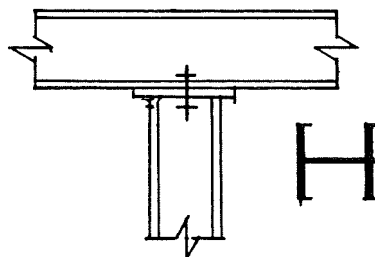
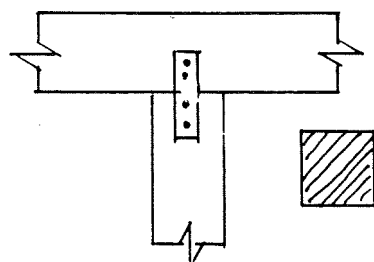
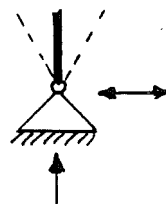
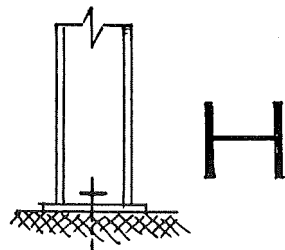
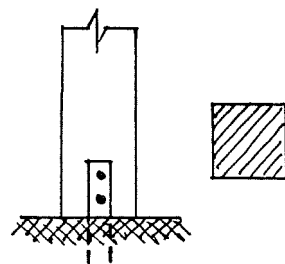
Tryk $\rightarrow -N_d \rightarrow -\sigma = \sigma_c$

Normalkraftens negative fortegn fortæller at det er tryk, men i spændingsformlen indsættes N_d og V_A uden fortegn idet (σ_c) index c fortæller at det er en trykspænding og N_d må deraf være en trykkraft.

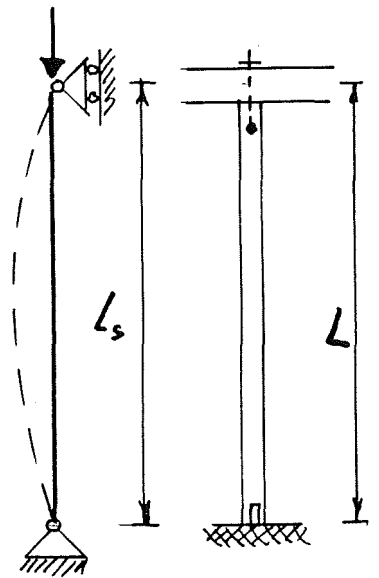


Søjler.

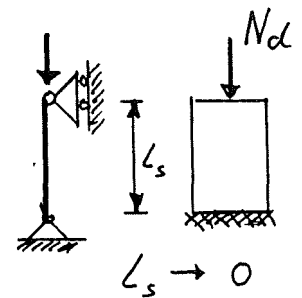
Den statiske model for søjler, skal lige som for bjælker være fastlagt inden der kan beregnes. I husbygningsskonstruktioner er langt de fleste søjler simpelt understøttede, hvilket vil sige at søjlefoden har fast simpelt leje, så det kan optage lodrette og vandrette kræfter og at søjlen kan dreje frit, der er altså ingen indspænding. I søjletoppen er der bevægelig simpel understøtning, hvilket vil sige at søjlen er styret, men lejet forhindrer ikke kraften i at gå ned til søjlefodens faste leje, top-



Lejet sikrer også at søjlen kan dreje frit. For en simpelt understøttet søjle er den regningsmæssige søjlelængde (l_s) lig med den geometriske længde (L)



I en klods d.v.s. meget kort søjle, som er udsat for tryk (N_d) skal følgende overholdes.

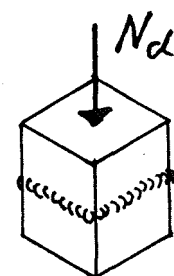


f_{cd}
↑ tryk

$$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \leq f_{cd} \quad \text{træ}$$

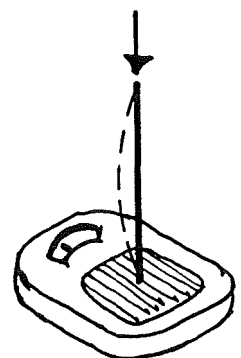
$$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \leq f_{yd} \quad \text{stål}$$

Ved overbelastning vil der ske en stukning h.v.s. at bæreevnen er bestemt af materialets styrke og klodsens areal.



$$\sigma_c > f_{cd}$$

I et lille forsøg med en tynd stang d.v.s. slank søjle, som trykkes mod en bade-



vægt, vil skaldens udsving vise at bæreevnen er konstant fra det tidspunkt hvor stangen begynder at bøje ud og til den er bøjet så meget at den knækker. Det vil altså sige at bæreevnen for en slank søjle er bestemt af dens udbøjning, og med henvisning til bjælketeorien afhængig af: M , L , E og I .

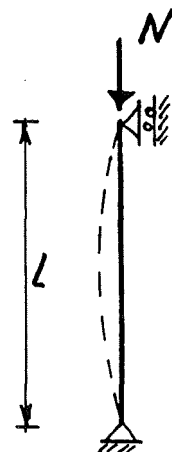
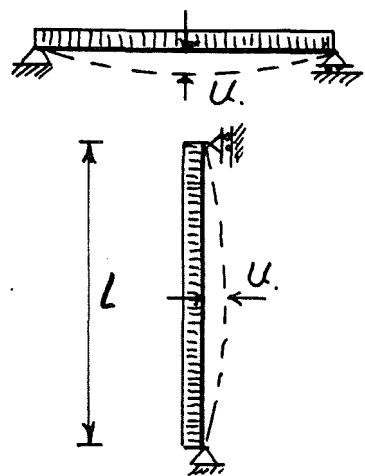
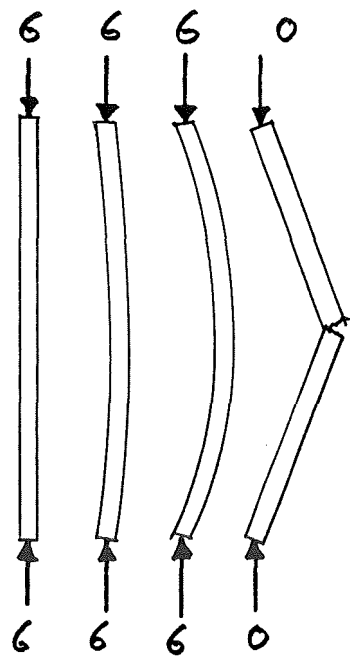
$$U \sim \frac{1 \cdot M \cdot L^2}{10 \cdot E \cdot I}$$

Den korrekte formel for slanke søjlers bæreevne er

$$N = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

påvist af Euler i 1757. De to formler har stor lighed i det søjlens udbøjning giver et moment.

Eks.

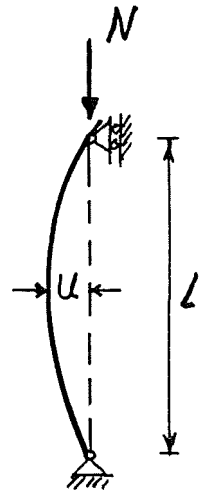


$$M = N \cdot U \Rightarrow U = \frac{M}{N}$$

$$U_{\text{bjælke}} \approx U_{\text{søjle}}$$

$$U \approx \frac{1}{10} \cdot \frac{M \cdot L^2}{E \cdot I} \approx \frac{M}{N} \Rightarrow$$

$$\boxed{N \approx \frac{10 \cdot E \cdot I}{L^2}}$$



For at komme frem til en enkel søjleberegning indføres tværsnitskonstanten inertiradius (i) som er defineret ved

$$\boxed{L^2 = \frac{I}{A}} \Rightarrow I = i^2 \cdot A$$

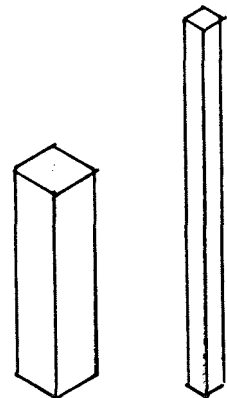
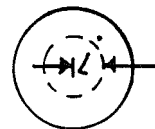
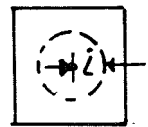
som indsettes i Eulerformlen (bæreevne)

$$N = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_s^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot i^2 \cdot A}{L_s^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\left(\frac{L_s}{i}\right)^2}$$

hvor $\boxed{L_s/i}$ er søjlens slankhedsforhold.

Hvis f_s (N/mm^2) er søjlestyrken, når der er taget hensyn til udbøjningen, kan bæreevnen skrives.

$$N = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot A}{\left(\frac{L_s}{i}\right)^2} = A \cdot f_s \Rightarrow f_s = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L_s}{i}\right)^2}$$



„buttet“ „slank“

Ved indførelsen af materialestyrken f_c (N/mm²), kan søjleudbøjningsfaktoren k_s bestemmes som forholdet mellem søjlestyrke og materialestyrke.

$$k_s = \frac{f_s}{f_c} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L_s}{i}\right)^2 \cdot f_c} \Rightarrow f_s = k_s \cdot f_c$$

hvorefter bæreevnen kan udtrykkes.

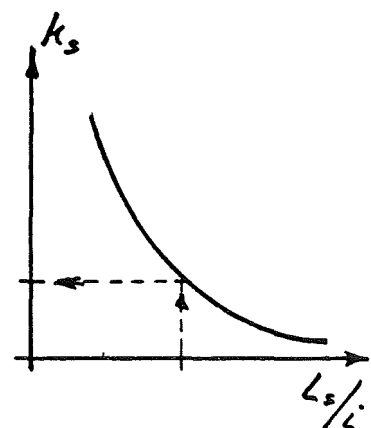
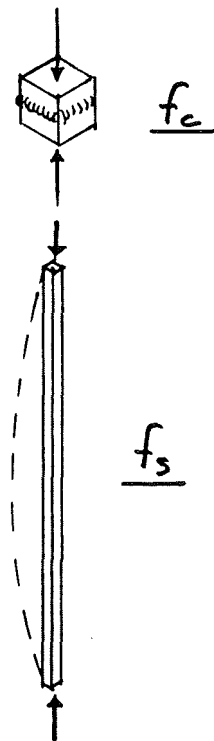
$$N = A \cdot k_s \cdot f_c$$

hvor k_s kan bestemmes af.

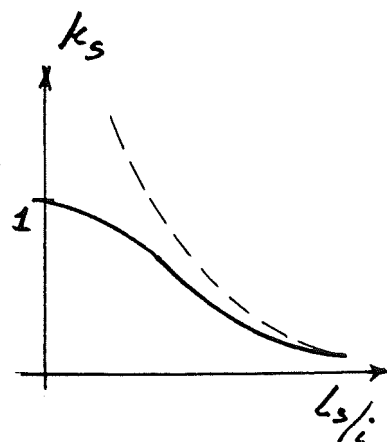
$$k_s = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L_s}{i}\right)^2 \cdot f_c}$$

Optegnes k_s -kurven (hyperbel) som en funktion af L_s/i ses at $L_s \rightarrow 0$, vil $k_s \rightarrow \infty$, hvilket også er i overensstemmelse med at Eulers formel kun gælder for slanke søjler.

Da søjlestyrken ikke kan være større end materialestyrken er $k_s \leq 1$.



På grund af støvheder, krumninger og små ekscentriciteter er den regningsmæssige søjlekurve ikke helt som den teoretiske.

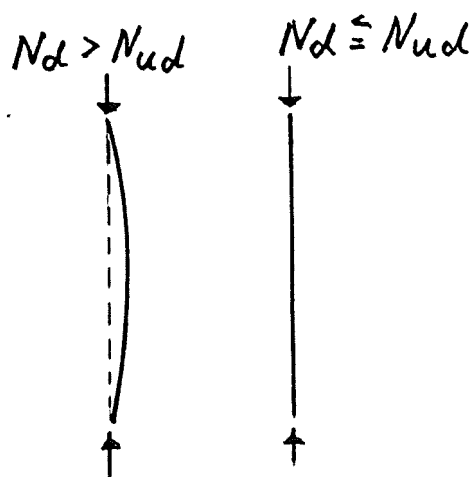


Bæreevneformlen

$$N = A \cdot k_s \cdot f_c$$

giver den karakteristiske bæreevne, indføres partialkoefficienter (γ) bliver den regningsmæssige bæreevne.

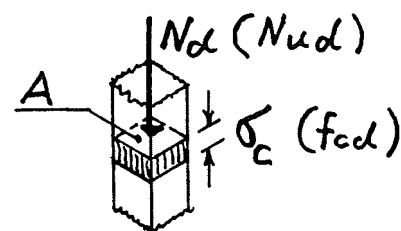
$$f_{cd} = \frac{f_c}{\gamma_m}$$



$N_{ud} = A \cdot k_s \cdot f_{cd} \geq N_d$	træ.
--	------

$N_{ud} = A \cdot k_s \cdot f_{yd} \geq N_d$	stål.
--	-------

↑ søjlen kan bære.
↑ søjlen skal bære.

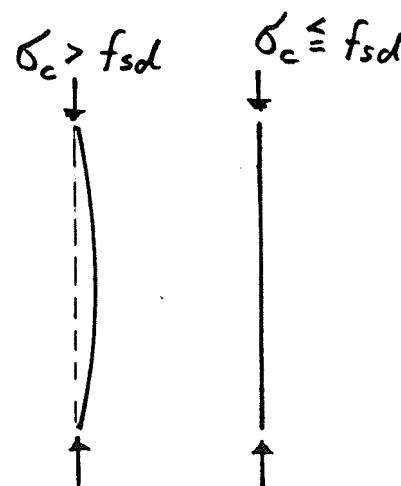


spændingsformler kan udledes af bæreevneformlerne.

$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \leq k_s \cdot f_{cd} = f_{sd}$	træ.
---	------

$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \leq k_s \cdot f_{yd} = f_{sd}$	stål.
---	-------

↑ spænding
↑ styrke



k_s . søjlefaktor, findes af søjlekurve. (side 39)

L_s . søjlelængden, er bestemt af den statiske model.

i . Inertiradius, er bestemt af søjlens udbøjningsretning, for fritstående søjler altid den svage retning d.v.s. i_{min} .

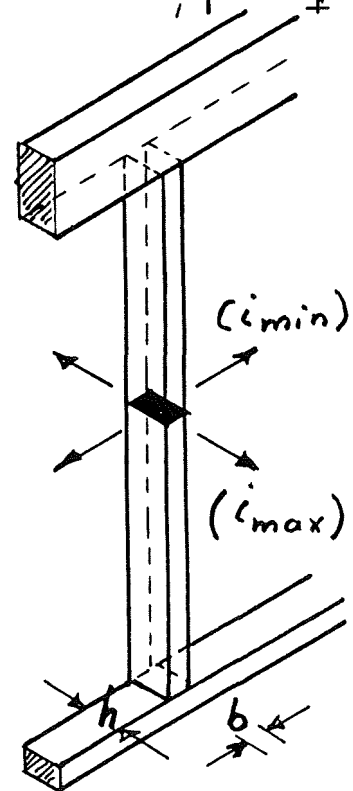
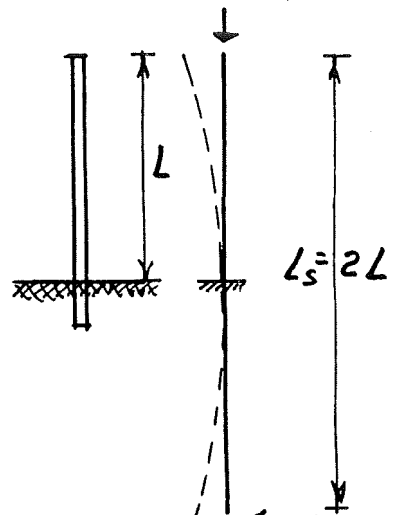
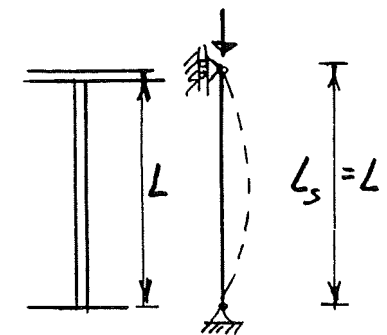
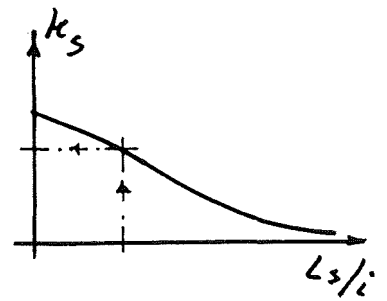
Hvis " i " ikke er opgivet i tværsnitstabel, kan den for rektangulære tværsnit let findes ud fra sin definition.

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{1/12 \cdot h \cdot b^3}{h \cdot b}} \Rightarrow$$

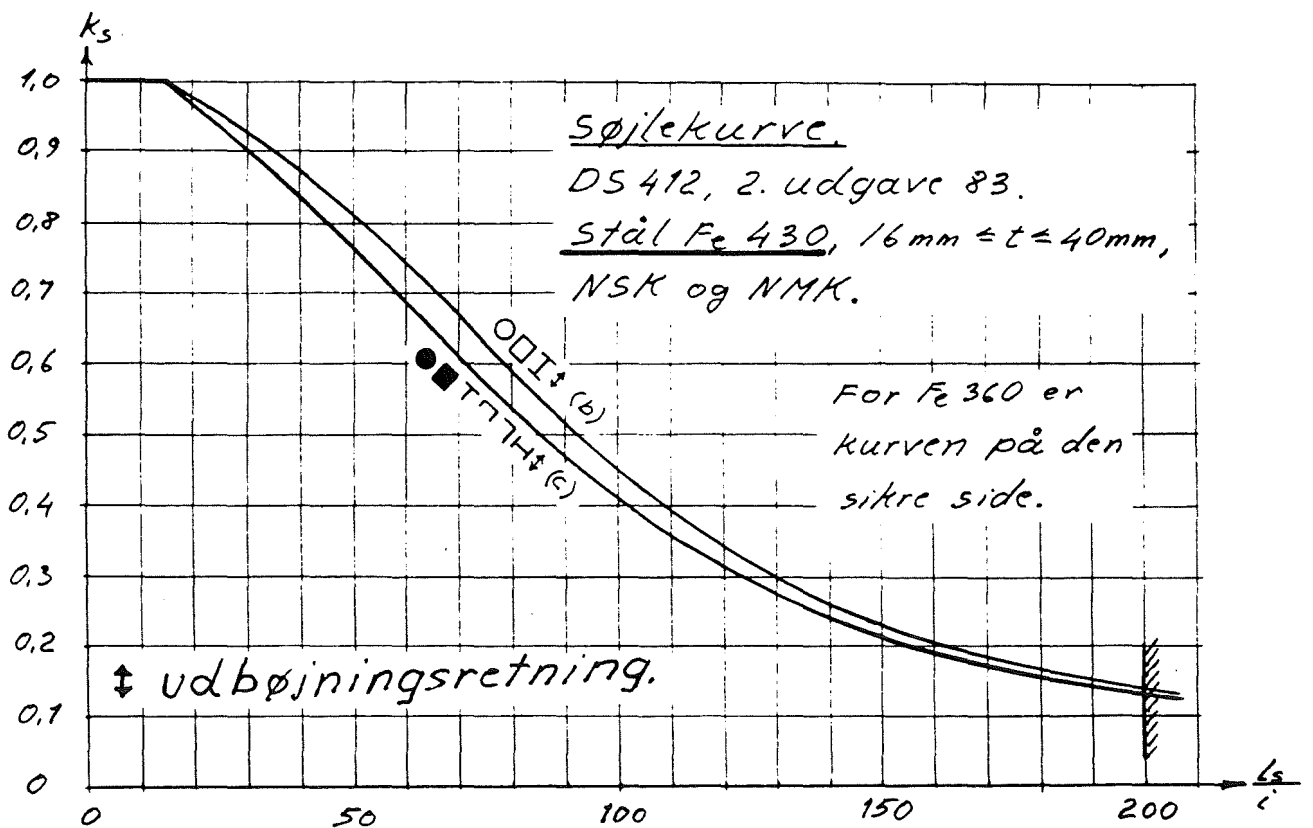
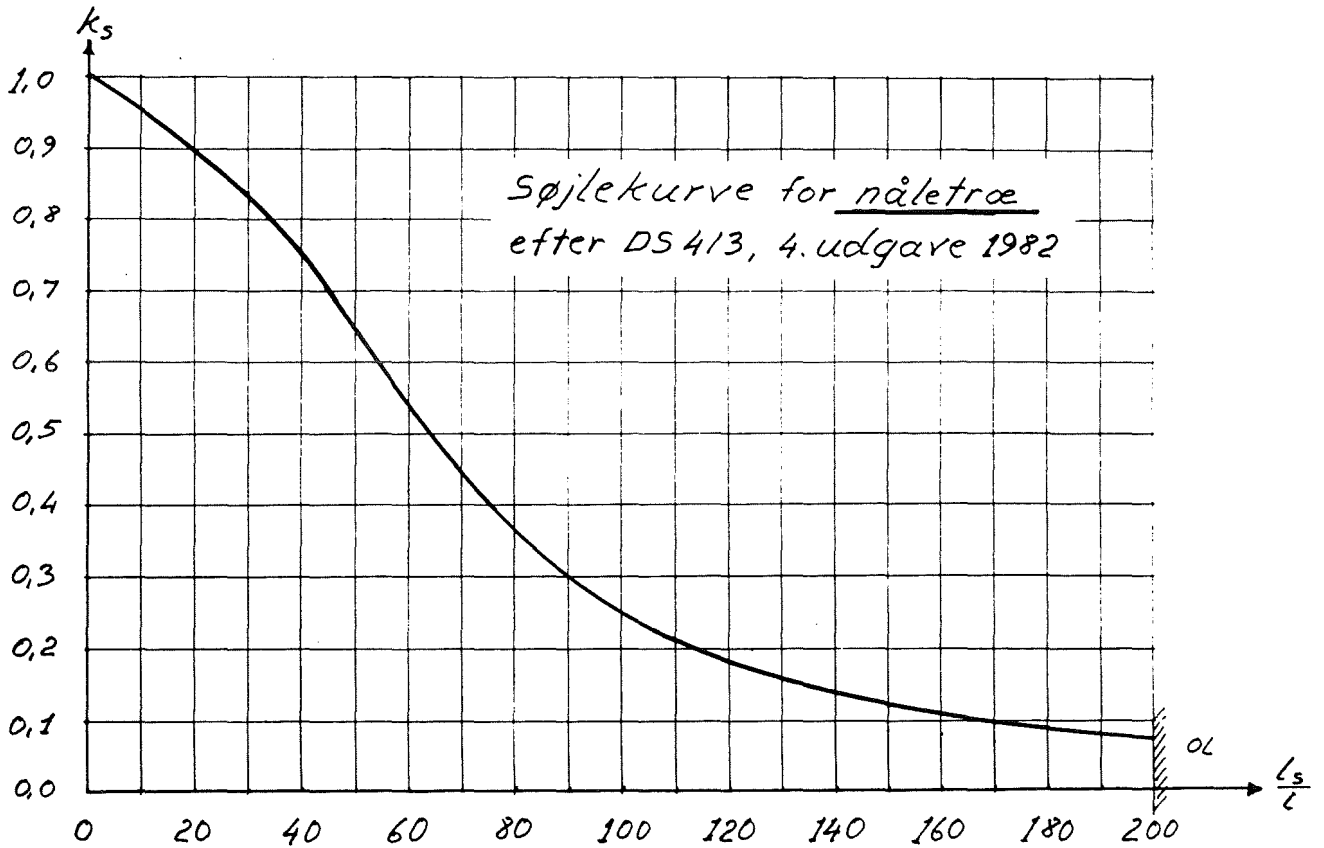
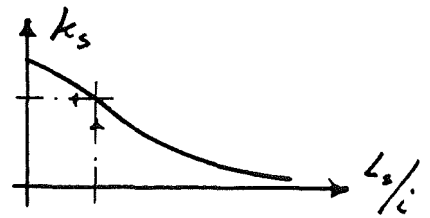
$$\boxed{i_{min} = 0,29 \cdot b}$$

$$i_{max} = \sqrt{\frac{I_{max}}{A}} = \sqrt{\frac{1/12 \cdot b \cdot h^3}{b \cdot h}} \Rightarrow$$

$$\boxed{i_{max} = 0,29 \cdot h}$$



L_s/i søjlers slankhedsforhold, indgangsværdi til søjlekurve.



Eksempel 14, træspøje.

$$N_d = 40 \text{ kN.}$$

$$f_{cd} = 8,5 \text{ N/mm}^2$$

$$A = \underline{125 \times 125 \text{ mm.}}$$

$$L_s = 2,6 \text{ m.}$$

$$\frac{L_s}{i_{\min}} = \frac{2600}{36,1} = 72 \rightarrow k_s = 0,42$$

$$\sigma_c = \frac{40 \cdot 10^3}{15,65 \cdot 10^3} = \underline{2,56 \text{ N/mm}^2}$$

$$f_{sd} = k_s \cdot f_{cd} = 0,42 \cdot 8,5 = \underline{3,57 \text{ N/mm}^2}$$

$$\underline{\sigma_c = 2,56 \text{ N/mm}^2 < f_{sd} = 3,57 \text{ N/mm}^2}$$

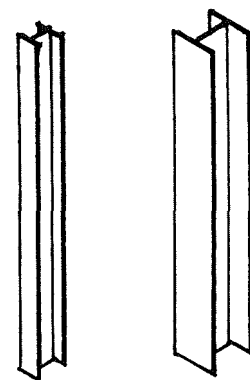
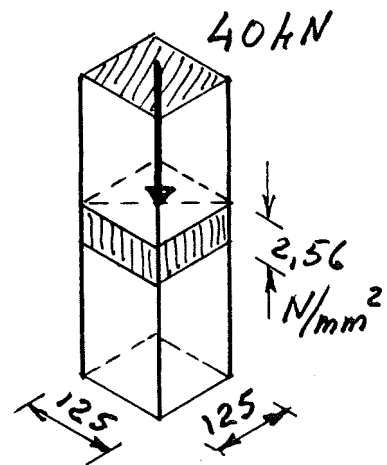
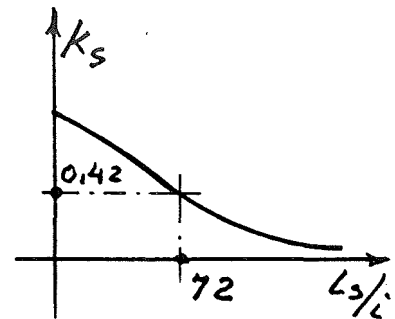
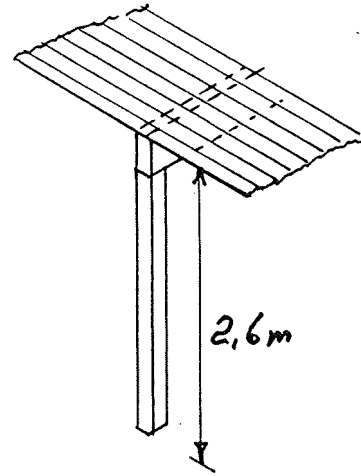
Eller. ($A \cdot k_s \cdot f_{cd}$)

$$N_{ud} = 15,65 \cdot 10^3 \cdot 0,42 \cdot 8,5 \cdot 10^{-3} = 55,78 \text{ kN}$$


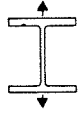
$$\underline{\underline{N_{ud} = 55,78 \text{ kN.} > N_d = 40 \text{ kN.}}$$

Dimensionering.

Dimensionering af søjler er kompliceret idet bæreevnen er afhængig af både styrke (A, f_{cd}) og stivhed (I, E), det mest almindelige er at gætte et tværsnit, og så efterfølgende enten med



spændingsbestemmelse
 eller bæreevnebestemmelse.
 Til hjælp for et rimeligt gæt på en søjle-dimension findes tabeller og kurver.

6.4.2.2 Regningsmæssig bæreevne af IPE- og HE...B-søjler (kN)														
Normal sikkerhedsklasse, Fe 360, normal materialekontrol.														
Pilene i skitserne angiver udknævningsretning. • foran bæreevne angiver $l_1/l_i > 200$.														
	knæk-længde m	profil nr.												
		80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	270	280	300
	2		278	426	593	794	1000	1240	1480	1690	1920		2160	2480
	2,5		216	352	512	707	911	1140	1380	1600	1820		2060	2380
	3		168	285	433	616	815	1040	1280	1500	1720		1960	2270
	3,5		132	231	362	529	719	939	1170	1390	1610		1850	2160
	4		106	189	303	451	627	836	1060	1280	1500		1740	2050
	5		72,1	131	215	330	473	650	853	1070	1280		1510	1800
	6		•51,9	95,6	159	247	361	505	677	868	1060		1280	1550
	8			•56,8	•95,7	151	224	320	438	578	726		897	1120
	2		408	561	732	944	1150	1400	1640	1850	2070		2300	2620
	2,5		372	528	700	910	1120	1360	1600	1810	2030		2270	2600
	3		332	489	663	872	1080	1320	1560	1770	1990		2230	2560
	3,5		288	446	621	831	1040	1280	1520	1730	1950		2190	2520
	4		247	399	575	785	995	1230	1480	1690	1910		2150	2470
	5		180	310	476	680	892	1130	1380	1600	1820		2060	2380
	6		133	238	382	570	777	1020	1260	1490	1720		1960	2280
	8		80,2	148	247	386	555	766	1000	1240	1470		1720	2040

Teknisk
 ståbi
 side 247.
 og 248

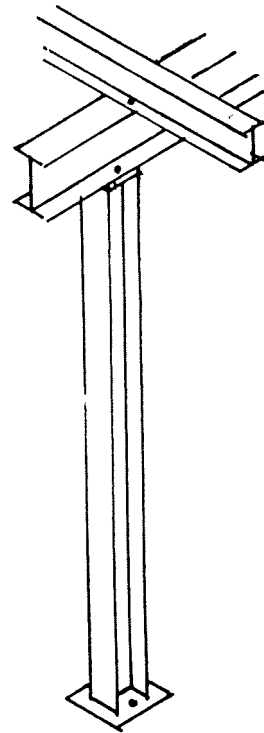
7.4.3.2 Bæreevne										
Regningsmæssig bæreevne i kN for centralt belastet, simpelt understøttet søjle. Lasttilfælde med alene P- og L-laster, fugtklasse I og IU, normal sikkerhedsklasse										
tværsnit mm × mm	fri søjlelængde i m									
	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	
konstruktionstræ, K 18										
75 × 75	13,7	9,3	6,6	5,0	3,9					
100 × 100	38,1	27,1	19,9	15,1	11,8	9,5	7,8	6,5		
125 × 125	78,2	59,6	45,3	35,0	27,7	22,4	18,4	15,4	13,1	
150 × 150	131,5	108,0	85,8	68,2	54,8	44,7	37,1	31,2	26,5	
175 × 175	196,0	170,0	142,0	117,0	95,8	79,2	66,3	56,0	47,9	
200 × 200	271	244	213	181,5	152,5	128,5	108,5	92,4	79,5	
225 × 225	356	329	296	261	225	193	165,5	142,5	123,0	
limtræ, L 40										
90 × 100	58,5	40,6	29,5	22,2	17,3	13,9	11,4			
115 × 133	139,0	103,0	76,8	58,9	46,4	37,4	30,7	25,7	21,8	
140 × 167	258	206	160,5	126,0	100,5	81,7	67,6	56,7	48,2	
160 × 167	324	272	221	178,0	144,0	118,0	98,2	82,8	70,6	
185 × 200	484	426	363	303	251	209	175,0	148,5	127,5	
1 Det forudsættes, at tværsnittet er optimeret af mindst 4 lameller, ellers skal bæreevnen reduceres med faktoren 0,75.										

Teknisk
 ståbi
 side 297

Eks. 15 stålsøjle.

Fe. 430

HE - B. profil.

 $l_s = 3,0 \text{ m.}$ $N_d = 230 \text{ kN}$ Iflg. tabel. HE120B.
forudsætning $f_{yd} = 184 \text{ N/mm}^2$ Fe 430 $\rightarrow f_{yd} = 215 \text{ N/mm}^2$ $N_{ud} \approx 285 \cdot \frac{215}{184} = 333 \text{ kN}$ $N_{ud} \approx 333 \text{ kN} > N_d = 230 \text{ kN}$

$$\frac{l_s}{i_{\min}} = \frac{3000}{30,6} = 98 \rightarrow k_s = 0,43$$

$$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \leq f_{sd} = k_s \cdot f_{yd}$$

$$\sigma_c = \frac{230 \cdot 10^3}{3,4 \cdot 10^3} = 67,65 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{sd} = 0,43 \cdot 215 = 92,45 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\underline{\sigma_c = 67,65 \text{ N/mm}^2 \leq f_{sd} = 92,45 \text{ N/mm}^2}}$$

Eller.

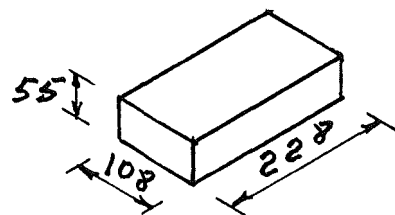
$$N_{ud} = A \cdot k_s \cdot f_{yd}$$

$$N_{ud} = 3,4 \cdot 10^3 \cdot 0,43 \cdot 215 \cdot 10^{-3} = 314 \text{ kN}$$

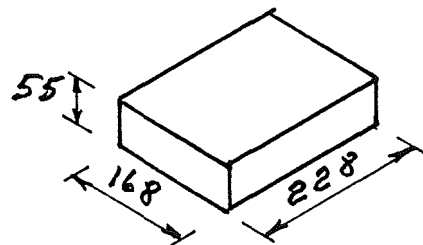
$$\underline{\underline{N_{ud} = 314 \text{ kN} \geq N_d = 230 \text{ kN}}}$$

Murværkskonstruktioner.stenformater:Normalsten.

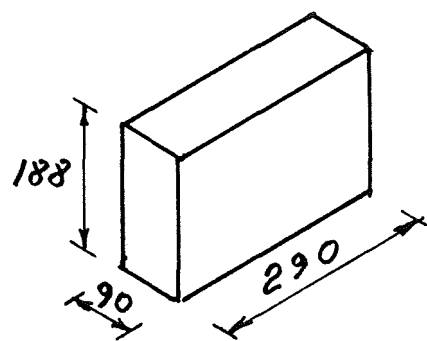
228 × 108 × 55 mm.

Bredsten.

228 × 168 × 55 mm.

Blokformater:Minimumsmål

290 × 90 × 188 mm.

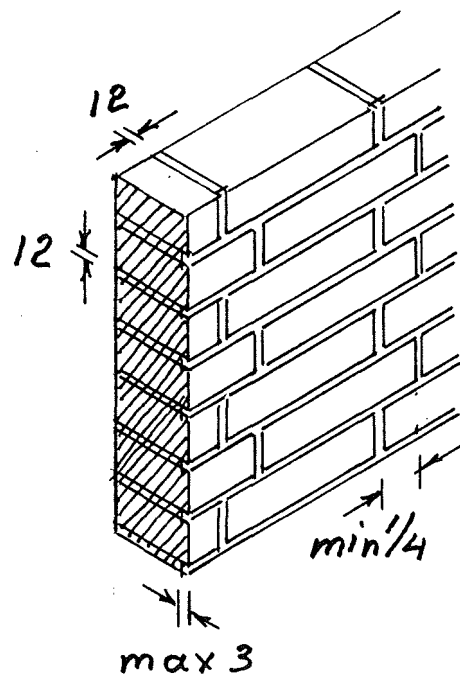
Fuger.

Sten- og blokmurværk mures med 12 mm ligge- og studsuge.

Bærende murværk.

Alt bærende murværk skal mures i forbandt med mindst 1/4-sten eller 1/4-blokloengdes forskydning.

For fugedybde større end 3 mm, skal tværsnitsarealet reduceres med den fulde fugedybde.

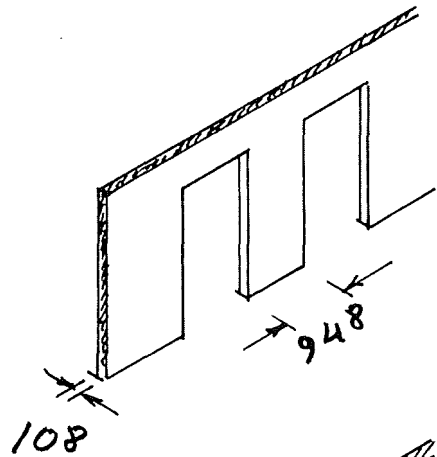


Minimumstværsnit.

Murværk af sten må normalt kun regnes bærende, når følgende tværsnit overholdes.

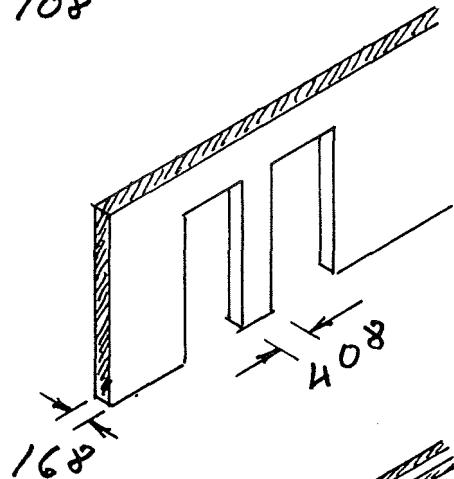
1/2-stensvæg - 108 mm.

$b \approx 4 \text{ sten} - 948 \text{ mm.}$



3/4-stensvæg - 168 mm.

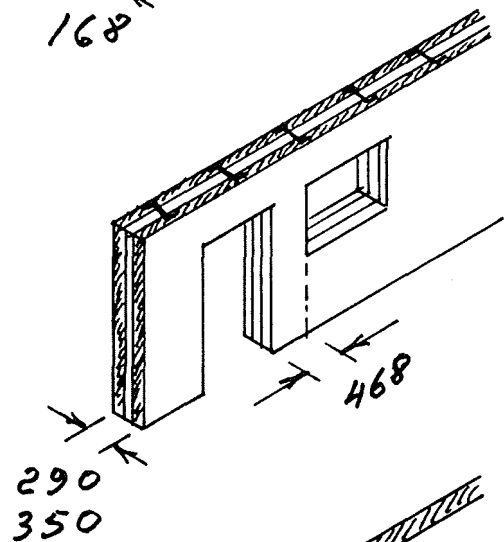
$b \approx 1\frac{3}{4} \text{ sten} - 408 \text{ mm.}$



290 mm eller 350 mm

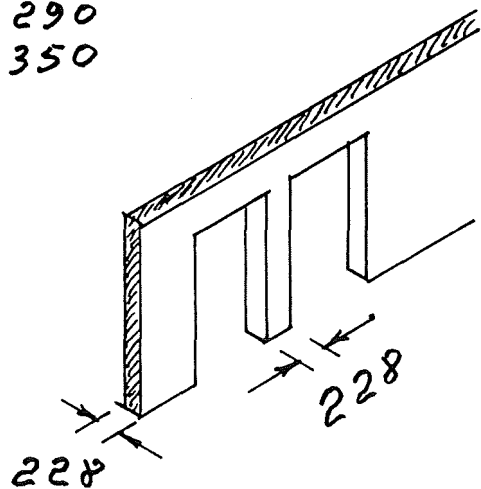
hulmur med trådbindere. 1/2-sten + 1/2-sten.

$b \approx 2 \text{ sten} - 468 \text{ mm.}$



1/4-stensvæg - 228 mm.

$b \approx \frac{1}{2} \text{ sten} - 228 \text{ mm.}$



Murværk af blokke
 må normalt kun
 regnes bærende, når
 følgende tværsnit
 overholdes.

100 mm.

$b \geq 1080 \text{ mm.}$

100+100 mm hulmur
med trådbindere.

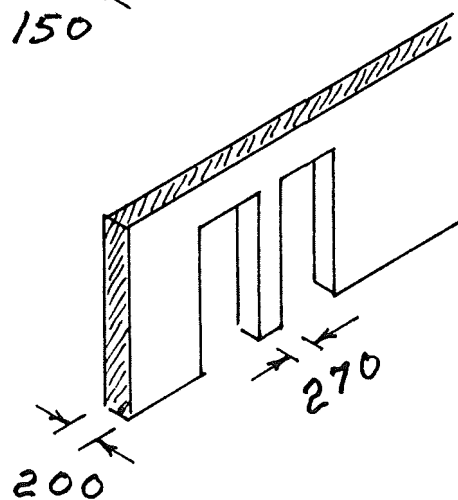
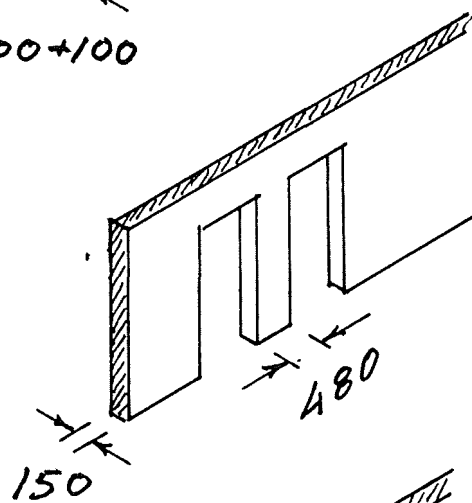
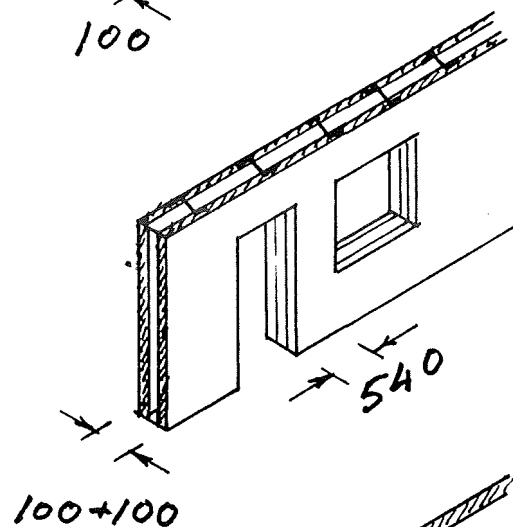
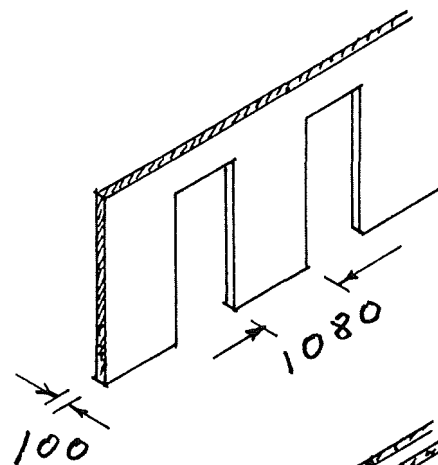
$b \geq 540 \text{ mm.}$

150 mm.

$b \geq 480 \text{ mm.}$

200 mm.

$b \geq 270 \text{ mm.}$



Sten- og blokkklasser.

Klassebetegnelsen er afledt af sten og blokkes karakteristiske trykstyrke f_c (N/mm²)

Stentype	stenklasse	
	4	
	7	
	10	
Fuldbrændt	15	
Hårdbrændt	22	
Klinkbr.	{	30
		37
		45

bloktpe	blokkasse
porebeton	3
letklinkerbeton	3
moler	4
kalksandsten	30
tegl	30

Mørtel.

Normen omfatter 4 referencemørtler, som alle er kalkcementmørtler (KC).

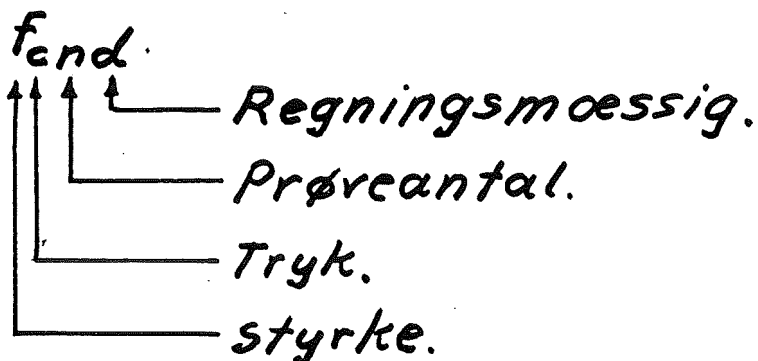
Stenmurværk kan mures med alle fire referencemørtler. De i parentes angivne mørtler kan forventes at have samme styrke som gruppens referencemørtel.

mørteltype for murværk af mursten	
KC.20/80/550	(C.100/400) (M.100/400)
KC.35/65/650	
KC.50/50/700	(M.100/600)
KC.60/40/850	(M.100/900)

Blokmurværk kan kun mures i de tre stærkeste referencemørtler.

mørteltype for murværk af blokke	
KC.20/80/550	(C.100/400) (M.100/400)
KC.35/65/650	
KC.50/50/700	(M.100/600)

Regningsmæssige trykstyrker for murværk.

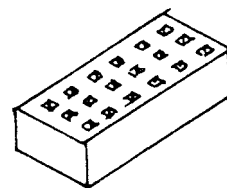


Regningsmæssige styrketal.

Regn. trykstyrke f _{end} , normal sikkerheds- og kontrolklasse.											
Mørteltype KC.											
Klasse		20/80/550		35/65/650		50/50/700		60/40/850			
Sten.	Blok.	Mass.	Hul.	Sten.	Blok.	Sten.	Blok.	Sten.	Blok.	Sten.	Hul.
Sten.	Blok.	Mass.	Hul.	Mass.	Hul.	Mass.	Hul.	Mass.	Hul.	Mass.	Hul.
	2,5		0,87		0,87		0,82				
	3,0		1,02		1,02		0,92				
	3,5		1,17		1,17		1,07				
4,0	4,0	1,07	1,33	0,97	0,68	1,28	0,87	0,61	1,17	0,66	0,46
	4,5		1,43			1,38			1,28		
	5,0		1,53			1,48			1,38		
7,0		1,89		1,73	1,21		1,58	1,11		1,12	0,79
10	10	2,70	2,45	2,45	1,71	2,40	2,24	1,57	2,24	1,63	1,14
15	15	3,42	3,01	3,16	2,21	2,96	2,81	1,96	2,81	2,04	1,43
	20		3,42			3,32			3,16		
22		4,18		3,88	2,71		3,47	2,43		2,50	1,75
	25		3,93			3,72			3,42		
30	30	4,95	4,44	4,59	3,21	4,13	4,08	2,86	3,67	2,96	2,07
37		5,56		5,20	3,64		4,59	3,21		3,37	2,36
45		6,22		5,82	4,07		5,60	3,57		3,72	2,61

Hulsten.

Styrken f_{end} er for mur-
værk af hulsten, reduceret
med faktoren 0,7 for
de 3 svageste reference-
mørtler.



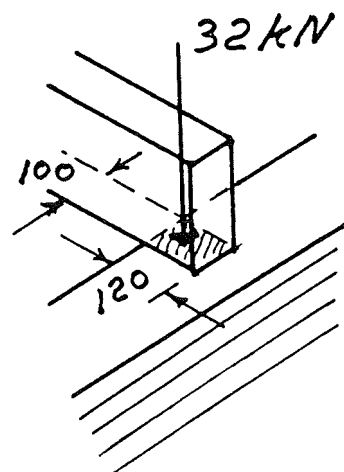
Vederlag. se side 31.

Eksempel 16.

St. kl. 15, KC. 20/80/550.

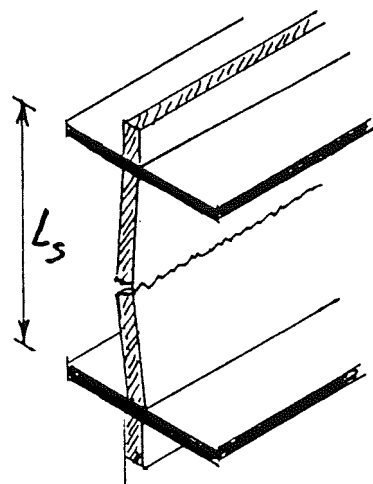
$$\sigma_c = \frac{32,00 \cdot 10^3}{100 \cdot 120} = 2,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\underline{\underline{\sigma_c = 2,67 \leq f_{end} = 3,42 \text{ N/mm}^2}}$$



Mur med søjlefunktion.

En lodret belastet mur bøjer ud som en søjle, og dens bæreevne beregnes af formelen:



$$N_{ud} = k_s \cdot k_t \cdot b_e \cdot (t_d - 2e_t) \cdot f_{cd} \approx N_d$$

N_{ud} -
 ↑ Regningsmæssig.
 ↑ Ultimativ.
 ↑ Normalkraft.

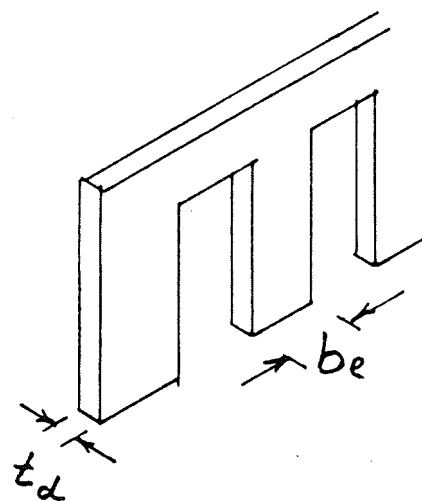
$k_t = 0.7$	for massive mure med $t \leq 90$ mm
$= 0.9$	for massive mure med $90 < t \leq 125$ mm
$= 1.0$	for massive mure med $t > 125$ mm
$= 1.0$	for vanger i hule mure

k_s - Søjlefaktor.

k_t - Trærsnitsfaktor.

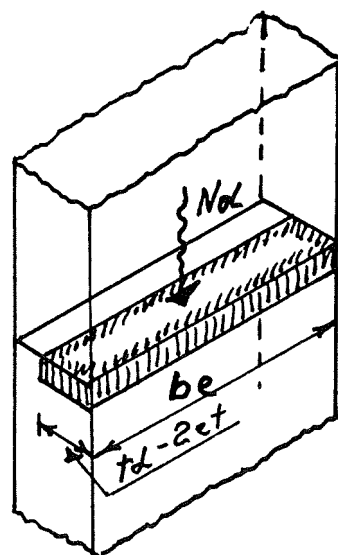
b_e - Effektiv bredde.

t_d - Regningsmæssig murtykkelse.



For hulmure med trådbindere er t_d den bærende vanges tykkelse.

$b_e \cdot (t_d - 2e_t)$ - Regningsmæssigt spændingsareal.



e_t - murens resulterende excentricitet i træretningen.

e_t består af en række forskellige bidrag, som der ikke skal gøres rede for her. Men hvis murens last med rimelig toleran- ce er centralt placeret, kan der tilnærmest reg- nes med følgende værdier for småhuse.

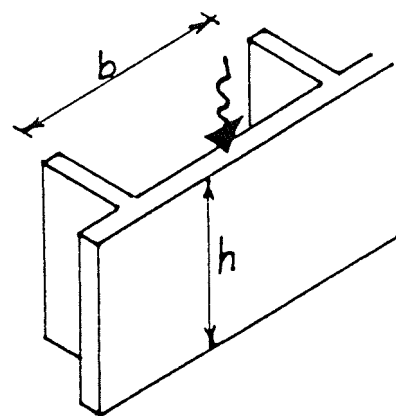
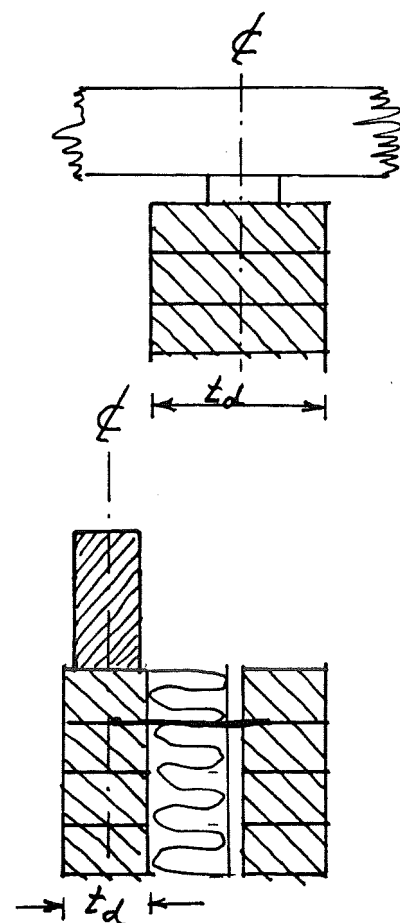
Skillevægge.	25mm.
Vindbelastede yder vægge.	30mm.

l_s - regningsmæssig søjle- længde,

Oftest vil l_s være lig murens højde mellem understøtning- gerne.

For hulmure med tråd- bindere kan l_s reduceres med faktoren 0,9.

For trærafstivede mure kan l_s også reduceres.



For et murfelt understøttet på fire sider kan regnes:

$$l_s = \frac{h}{1 + \left(\frac{h}{b}\right)^2} \quad \text{for } b \geq h$$

$$l_s = \frac{1}{2} b \quad \text{for } b \leq h$$

hvor

h er etagehøjden

b er afstanden mellem tværvæggene.

For et murfelt understøttet på tre sider kan regnes

$$l_s = \frac{h}{1 + \left(\frac{h}{3b}\right)^2} \quad \text{for } b \geq \frac{h}{3}$$

$$l_s = \frac{3b}{2} \quad \text{for } b \leq \frac{h}{3}$$

hvor

b er afstanden fra tværvæg til vægafslutning.

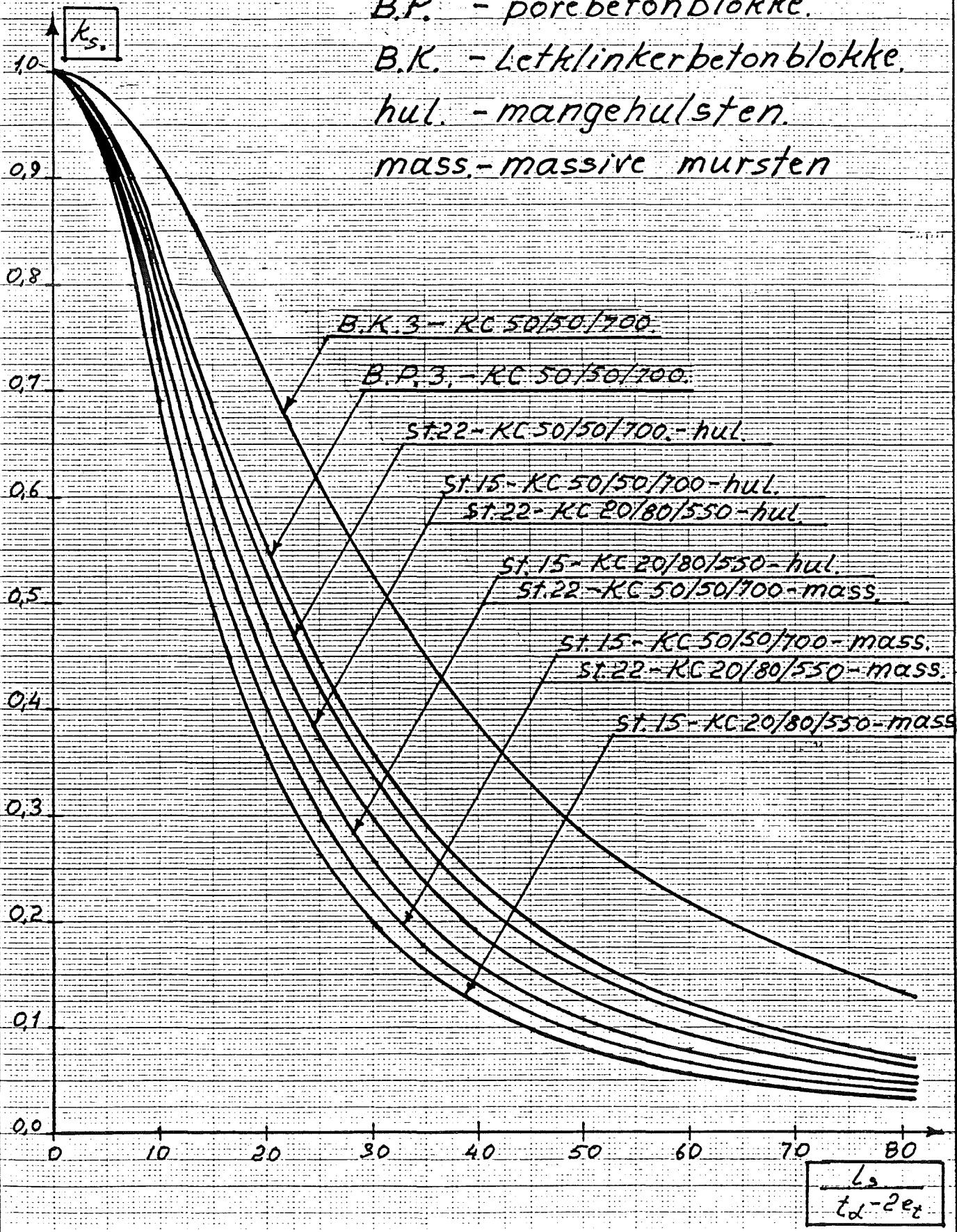
Søjlekurver.

B.P. - porebetonblokke.

B.K. - Letklinkerbetonblokke.

hul. - mangehulsten.

mass. - massive mursten



Eksempel 17.

1/2 st. mass, stenkl. 15, KC. 50/50/700.

$$b = 1068 \text{ mm} \cong 948 \text{ mm.}$$

$$N_d = 5,1 \cdot 1,9 + 2,3(1,9 \cdot 0,7 + 1,1 \cdot 2,1) = 18,06 \text{ kN.}$$

$$\frac{L_2}{t_d - 2e_f} = \frac{2800}{108 - 2 \cdot 25} = 48 \rightarrow k_s = 0,10$$

$$N_{ud} = 0,10 \cdot 0,9 \cdot 1068 \cdot (108 - 2 \cdot 25) \cdot 2,81 \cdot 10^{-3} = 15,67 \text{ kN.}$$

$$N_{ud} = 15,67 \text{ kN} \cong N_d = 18,06 \text{ kN} \quad \%$$

3/4 st. stenkl. 15, KC. 50/50/700.

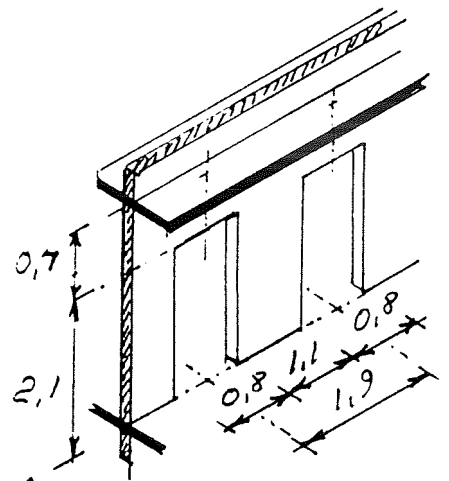
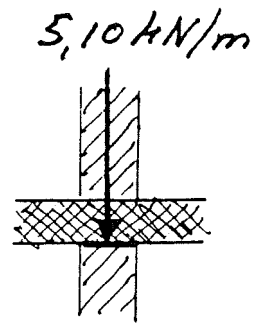
$$b = 1068 \text{ mm} \cong 408 \text{ mm.}$$

$$N_d = 5,1 \cdot 1,9 + 3,3(1,9 \cdot 0,7 + 1,1 \cdot 2,1) = 21,70 \text{ kN}$$

$$\frac{L_2}{t_d - 2e_f} = \frac{2800}{168 - 2 \cdot 25} = 24 \rightarrow k_s = 0,31$$

$$N_{ud} = 0,31 \cdot 1,0 \cdot 1068 \cdot (168 - 2 \cdot 25) \cdot 2,81 \cdot 10^{-3} = 109,78 \text{ kN}$$

$$N_{ud} = 109,78 \text{ kN} \cong N_d = 21,70 \text{ kN.}$$

Eksempel 18 19.

108+108 mm hulmur

stenkl 22, KC. 50/50/700.

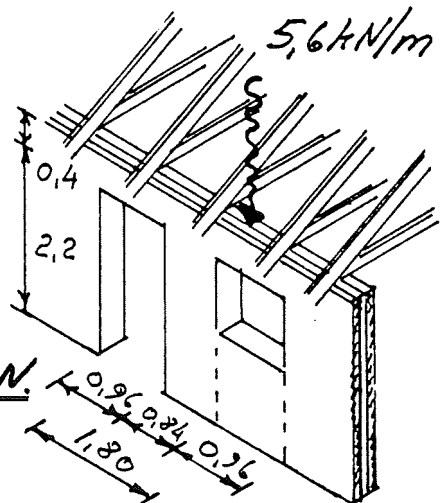
$$b = 828 \text{ mm} \cong 408 \text{ mm}$$

$$N_d = 5,6 \cdot 1,8 + 1,9(0,4 \cdot 1,8 + 2,2 \cdot 0,83) = 14,91 \text{ kN}$$

$$\frac{L_2}{t_d - 2e_f} = \frac{2600 \cdot 0,9}{108 - 2 \cdot 30} = 49 \rightarrow k_s = 0,11$$

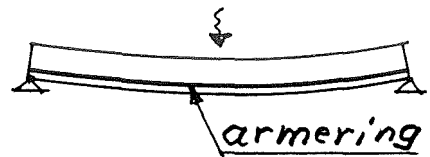
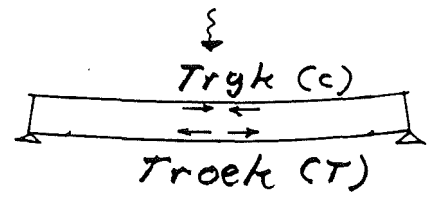
$$N_{ud} = 0,11 \cdot 1,0 \cdot 828 \cdot (108 - 2 \cdot 30) \cdot 3,47 \cdot 10^{-3} = 15,17 \text{ kN.}$$

$$N_{ud} = 15,17 \text{ kN} \cong N_d = 14,91 \text{ kN}$$



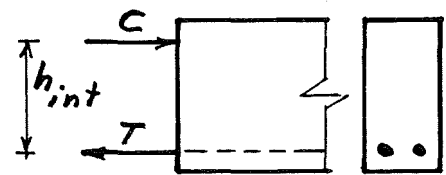
Jernbetonbjælker.

Beton har en stor trykstyrke, men kun en lille trækstyrke. Det betyder at trykket i oversiden af den belastede bjælke kan optages af betonen, men trækket i undersiden kan betonen ikke klare, hvorfor det er nødvendigt at armere.

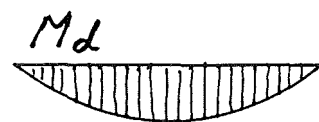
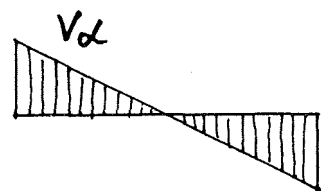


Da der skal være ligevægt i bjælken er $c = T$ h.v.s. bjælkens indvendige kræfter danner kraftparret $T \cdot h_{int} = C \cdot h_{int} = M$ og M er her det moment bjælken kan klare.

Hvis momentet M_d som kommer af bjælkens last sættes lig det indvendige moment M kan størrelsen af T bestemmes.



$$C \cdot h_{int} = T \cdot h_{int} = M$$



$$M_d = T \cdot h_{int} \Rightarrow$$

$$T = \frac{M_d}{h_{int}}$$

den interne højde h_{int} er afhængig af hvor meget armering der er i bjælken, og må derfor vælges.

$$h_{int} \sim 0,8 \cdot h$$

Trækket T i armeringen er lig med armeringsarealet A_s gange med armeringsstyrken f_{yd} .

$$T = A_s \cdot f_{yd} = \frac{M_d}{0,8 \cdot h} \Rightarrow$$

$A_s = \frac{M_d}{0,8 \cdot h \cdot f_{yd}}$	Armering i jernbetonbj.
--	-------------------------

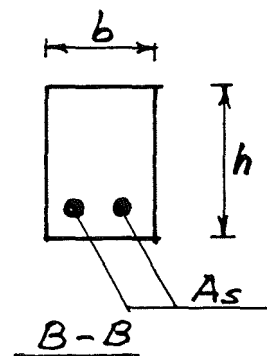
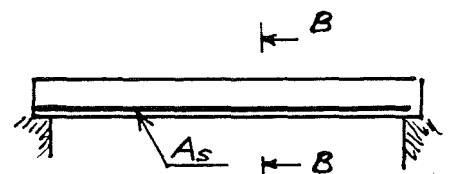
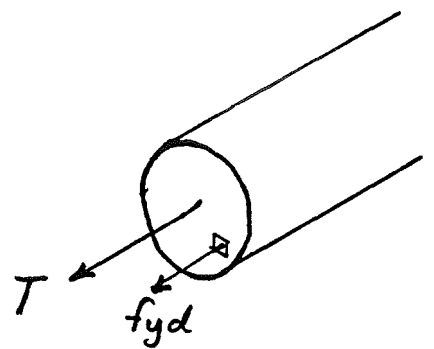
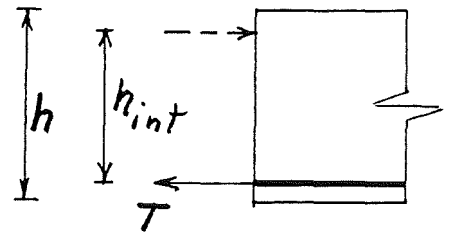
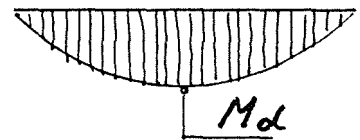
M_d : Bjælkens moment i Nmm.

A_s : Bjælkens armering i mm^2 .

h : Bjælkehøjde i mm.

f_{yd} : Armeringsstyrke i N/mm^2 .

Tabel for bjælkearmering A_s findes i Teknisk stabi T.S.



5.3.1.2 Bjælkearmering T.S. 150		Tværsnitsareal i mm^2				
d mm	masse kg/m		antal armeringsstænger			
	R	T/K	1	2	3	4
5	0,154		20	39	59	78
6	0,222	0,228	28	56	85	113
7	0,302		38	77	115	154
8	0,395	0,407	50	100	151	201

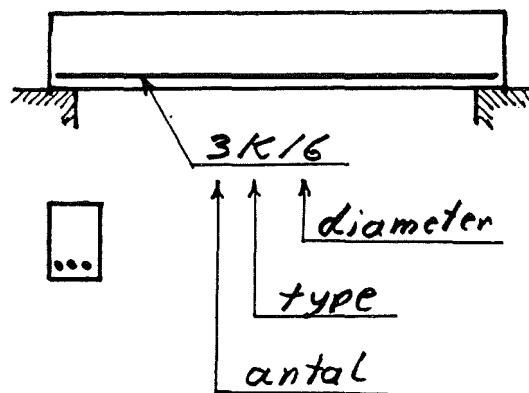
Armeringsstyrken fyld er
bestemt af:
Sikkerhedsklasse.
Kontrolklasse.
Armeringstype.

T.S. 157		sikkerhedsklasse		
kontrolklasse	lav	normal	høj	
	$\gamma_1 = 0,9$	$\gamma_1 = 1,0$	$\gamma_1 = 1,1$	
lempet $\gamma_s = 1,1$	0,99	1,10	-	
normal $\gamma_s = 1,0$	0,90	1,00	1,10	
skærpet $\gamma_s = 0,95$	0,86	0,95	1,05	

5.3.3.2 Armering		T.S. 157			
Normal sikkerhedsklasse og normal kontrolklasse ($\gamma_s = 1,4$)					
betegnelse	f_{yk} MPa	f_{yk} MPa	f_{yd} MPa	f_{yd} MPa	
glat armering					
Handelsstål	200	200	143	143	
Fe 360 (St 37) $d > 16$	225	225	161	161	
Fe 360 (St 37) $d \leq 16$	235	235	168	168	
Fe 430 (St 44) $d > 16$	265	265	189	189	
Fe 430 (St 44) $d \leq 16$	275	275	196	196	
Fe 510 (St 52) $d > 16$	345	345	246	246	
Fe 510 (St 52) $d \leq 16$	355	355	254	254	
Ribbestål					
Kamstål Ks 410	410	410	293	293 ¹	
Kamstål Ks 550	550	550	393	393 ¹	
Tentorstål T	550	440	393	314 ¹	

På armeringstegninger
anvendes symboler for
at skelne mellem de for-
skellige arm. typer:

Fe stål - R
Ks 410 - K
Ks 410 S - S
Ks 550 - Z
Ks 550 S - YS
Tentor - Y



S efter styrketal bety-
der svejsbar.

Til armeret beton
skal mindst an-
vendes beton 15.

5.3.3.1 Beton		T.S. 154					
Beton ved normal sikkerhedsklasse og normal kontrolklasse							
		betontrykstyrke f_{ck} MPa					
		5	10	15	20	25	30
f_{ck}		0,7	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
ν				0,63	0,60	0,58	0,55
armeret	f_{cd}			8,3	11,1	13,9	16,7
	f_{cd}			0,67	0,78	0,89	1,00
$\gamma_c = 1,8$							
uarmeret	f_{cd}	2	4	6	8	10	10
	f_{cd}	0,28	0,40	0,48	0,56	0,64	0,64
$\gamma_c = 2,5$							

Eksempel 20.

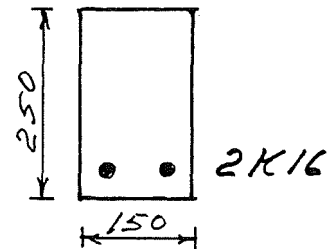
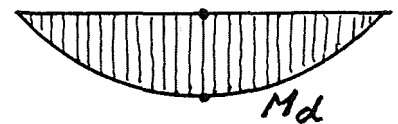
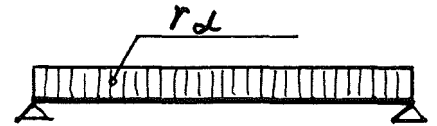
Normal sik. kl.

Normal kon. kl.

Beton 20.

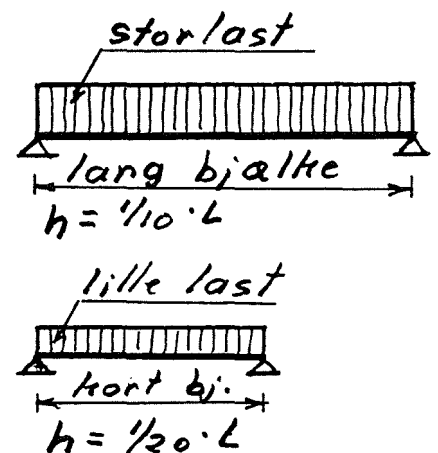
Armering K_s 410 (K). $b \times h = 150 \times 250 \text{ mm}$. $M_d = 21,60 \text{ kNm}$. $f_{yd} = 293 \text{ N/mm}^2$

$$A_s \approx \frac{21,60 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 250 \cdot 293} = 369 \text{ mm}^2$$

Valg 2K16 - $A_s = 402 \text{ mm}^2$ 

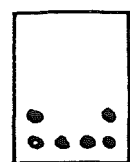
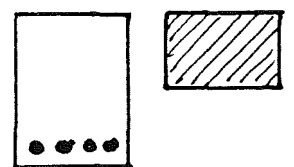
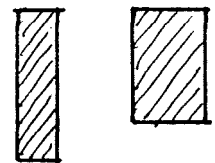
Jernbetonbjælkers dimension $b \times h$ vælges ud fra spændvidde L og størrelsen af lasten.

$$\frac{1}{20} \cdot L \leq h \leq \frac{1}{10} \cdot L$$



Bredden b vælges så tværsnittet bliver pænt, og så der er plads til armeringen, helst i et lag og max. 2 lag

$$b \geq \begin{cases} \frac{1}{3} \cdot h \\ 150 \text{ mm} \\ (100 \text{ mm}) \end{cases}$$

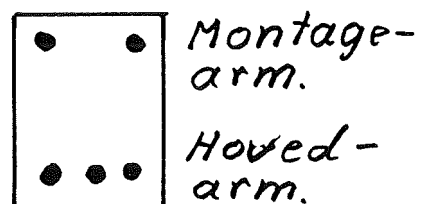
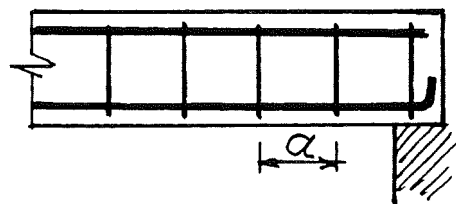
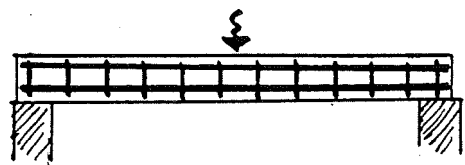
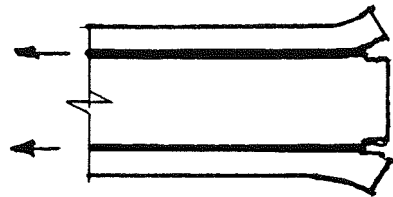
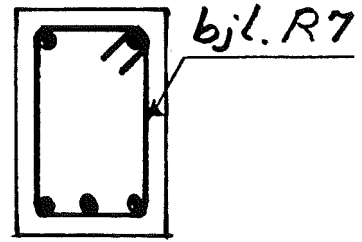


Jernbetonbjælker skal også have tværarmering, d.v.s. bøjler som anbringes uden om længdearm. bøjlernes opgave er at holde sammen på længdejernene, således at disse ikke sprænger ud og dermed mister forbindelsen med betonen, samtidig skal bøjlerne også modvirke de langsgående forskydninger i betonen.

Til bjælker vælg bøjledimension $d_z = 7 \text{ mm}$, og bøjleafstand a .

$$a \leq \begin{cases} b \\ 0,7 \cdot h \\ 300 \text{ mm} \end{cases}$$

Montagestængerne i oversiden af bjælken deltager ikke i bærerollen, og kan vælges 2-4 mm mindre end hovedarm.



Armeringen skal være dækket af et betonlag, hvis tykkelse er bestemt af det omgivende miljø.

Armeringsstængerne skal placeres med så stor indbyrdes afstand at udstøbning kan ske uden stenreder.

Minimum dæklag og afstande se tabel.

Sejt brud.

Et jernbetontrærsnit skal være normalarmeret, hvilket vil sige at armeringen skal flyde før betonen knuses.

Dette sikres ved det mekaniske armeringsforhold.

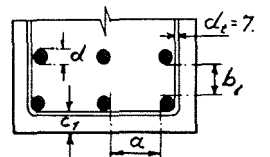
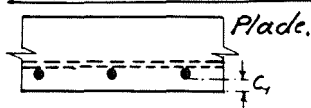
$$W = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,9 \cdot h \cdot b \cdot f_{cd}} \begin{cases} \geq W_{bal} \\ \geq W_{min} \end{cases}$$

Størrelsen på W_{bal} og W_{min} findes i styrketabellerne for armering og beton.

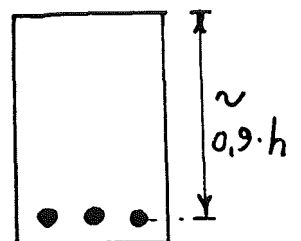
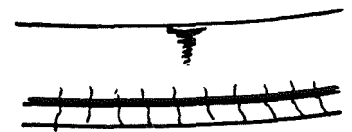
Armeringsplacering i skærpet og normal kontrol.

d	a		b _l		Miljøklasser					
	øersten	nødsten	øersten	nødsten	c ₁ med b _l LR7			c ₁ - plade		
					aggressivt	moderat	passivt	aggressivt	moderat	passivt
6								35	25	15
8								35	25	15
10	26	42	16	32	37	27	22	35	25	15
12	26	42	16	32	37	27	22	35	25	18
14	28	42	16	32	37	27	22	35	25	21
16	32	42	16	32	37	27	24	35	25	24
20	40	42	20	32	37	30	30	35	30	30
25	50	50	25	32	38	38	38			
32	64	64	32	32	48	48	48			
35	70	70	35	35	53	53	53			

Ved lempet kontrolklasse tillægges c og c₁ 5mm.



Bjælke.



Eksempel 21.

SIK. N, KKL. N. } $f_{yd} = 393$
 Arm. K_s 550.5 } $f_{cd} = 11.1$
 Beton 20-nøddesten, } N/mm^2
 Passiv miljøklasse.
 $f_{cmd} = 2,3 N/mm^2$

Last på etage, $r_d = 3,30 kN/m^2$

$$h = \begin{cases} 1/20 \cdot 4000 = 200 \\ 1/10 \cdot 4000 = 400 \end{cases} \begin{cases} \text{Valg} \\ h = 300 \text{ mm.} \end{cases}$$

$$b \cong \begin{cases} 1/3 \cdot 300 = 100 \\ 150 \end{cases} \begin{cases} \text{Valg} \\ b = 180 \text{ mm.} \end{cases}$$

$$L = 4,00 + 2 \cdot 1/2 \cdot 0,16 = 4,16 \text{ m}$$

Last på bjælke incl. egv.

$$r_d = 3,30 \cdot 3,70 + 0,18 \cdot 0,30 \cdot 24 = 13,51 kN/m$$

$$M_d = 1/8 \cdot 13,51 \cdot 4,16^2 = 29,22 kNm$$

$$A_s \cong \frac{29,22 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 300 \cdot 393} = 310 \text{ mm}^2$$

Valg 2 YS14 - $A_s = 308 \text{ mm}^2$

$$b_{min} = 22 + 14 + 42 + 14 + 22 = 114 \text{ mm} \leq b = 180 \text{ mm}$$

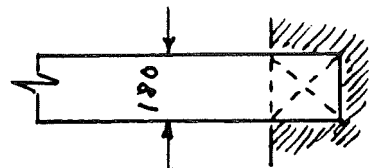
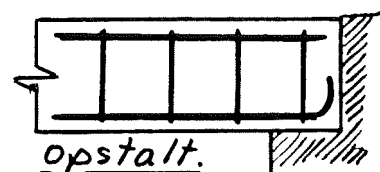
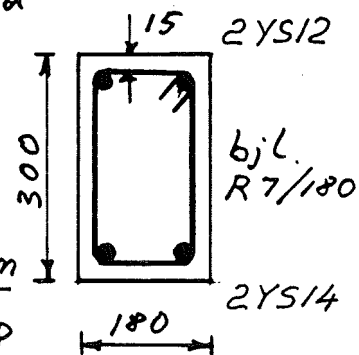
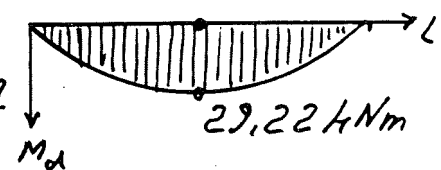
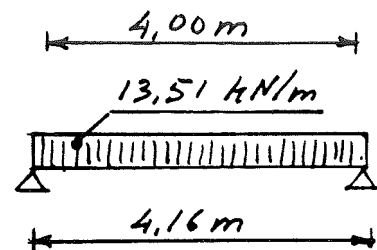
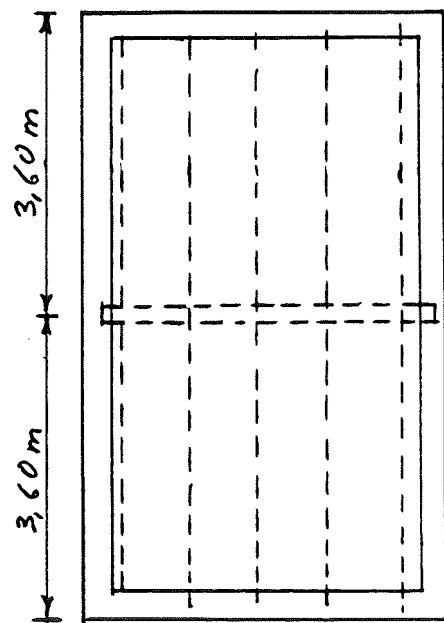
$$W = \frac{308 \cdot 393}{0,9 \cdot 300 \cdot 180 \cdot 11,1} = 0,22 \begin{cases} \bar{w}_{bal} = 0,448 \\ \bar{w}_{min} = 0,041 \end{cases}$$

$$\alpha_{bjl} \leq \begin{cases} b = 180 \\ 0,7 \cdot h = 0,7 \cdot 300 = 210 \\ 300 \end{cases} \begin{cases} \text{bjl} \\ R7/180 \end{cases}$$

Vederlag.

$$V_A = V_B = 1/2 \cdot 13,51 \cdot 4,16 = 28,10 kN$$

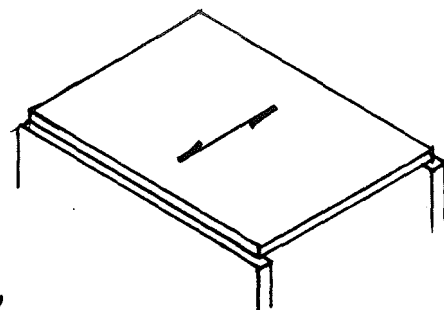
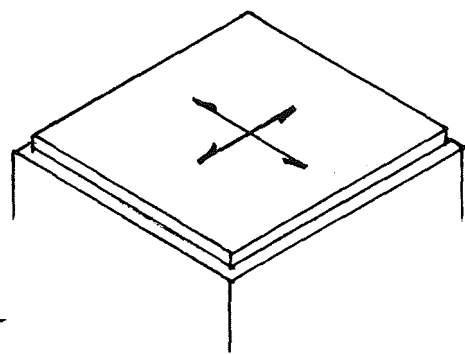
$$\sigma_c = \frac{28,10 \cdot 10^3}{180 \cdot 160} = 0,98 N/mm^2 \leq \begin{cases} f_{cmd} = 2,3 \\ f_{cd} = 11,1 \end{cases}$$



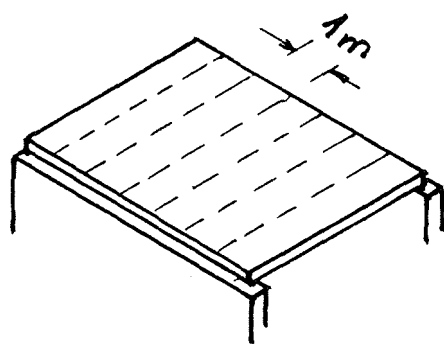
Plan. $\rightarrow 160$

Jernbetonplader.

Rektangulære jernbetonplader kan enten være dobbeltspændte, d.v.s. at de bærer i begge retninger, og derfor skal være understøttet langs alle 4 sider. Eller også kan de være enkeltspændte, d.v.s. de bærer kun i den ene retning og behøver kun at være understøttet langs 2 modstående sider.



En enkeltspændt plade beregnes som en række 1 m brede bjælker d.v.s. at momentet regnes som for bjælker.

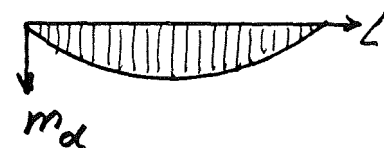


$$M_d = \frac{1}{8} \cdot r_d \text{ (kN/m)} \cdot l^2 \text{ (m}^2\text{)} = \text{(kNm)}$$

Når pladen regnes 1 m bred bliver momentet,

$$m_d = \frac{1}{8} \cdot r_d \text{ (kN/m}^2\text{)} \cdot l^2 \text{ (m}^2\text{)} = \text{(kNm/m)}$$

Bemærk lille bogstav p.g.a. moment pr. m.



Armeringsarealet (hovedarmering)

$$a_s \approx \frac{m_d}{0,6 \cdot t \cdot f_{yd}} \quad (\text{mm}^2/\text{m})$$



På grund af pladens ringe "højde" (t) sættes.

$$\underline{h_{int}} \approx 0,6 \cdot t$$

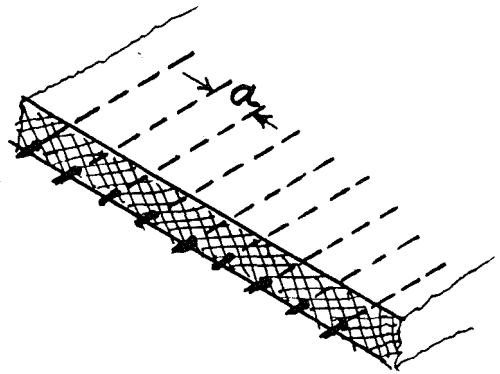
Når a_s er beregnet kan armeringen findes i pladearmerings-tabel i T.S.

5.3.1.1 Pladearmering T.S./48					
Tværsnitsareal i mm^2 per løbende meter					
armerings-afstand mm	antal stænger per m	armeringsdiameter mm			
		5	6	7	8
70	14,3	280	404	550	718
75	13,3	261	377	513	670
80	12,5	245	353	481	628
85	11,8	232	333	453	591
90	11,1	218	314	428	559
95	10,5	206	298	405	529

Til hjælp for at bestemme en fornuftig armering, kan stangdiameter vælges.

$$d \approx 1/10 \cdot t$$

og armeringsafstand.



$$a \begin{cases} \geq 100 \text{ mm} \\ \leq \begin{cases} 2 \cdot t \\ 250 \text{ mm} \end{cases} \end{cases}$$

Normalarmeret tværsnit.

$$W = \frac{a_s \cdot f_{yd}}{0,9 \cdot t \cdot 1000 \cdot f_{cd}} \begin{cases} \geq W_{bal} \\ \geq W_{min} \end{cases}$$

Eksempel 22.

$$m_d = 15,00 \text{ kNm/m}$$

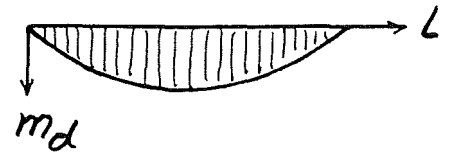
$$f_{yd} = 393 \text{ N/mm}^2$$

$$z = 120 \text{ mm}$$

$$a_s = \frac{15,00 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 120 \cdot 393} = 530 \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$d \approx \frac{1}{10} \cdot 120 = 12 \text{ mm}$$

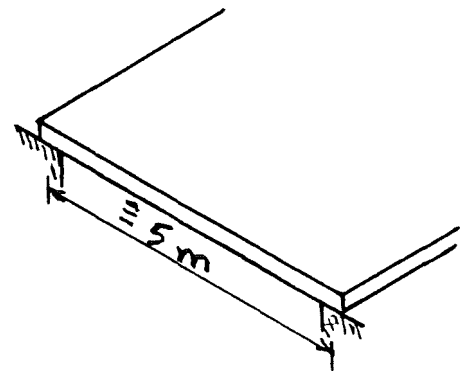
$$a \begin{cases} \approx 100 \text{ mm} \\ \approx \begin{cases} 2 \cdot 120 = 240 \text{ mm} \\ 250 \text{ mm} \end{cases} \end{cases}$$



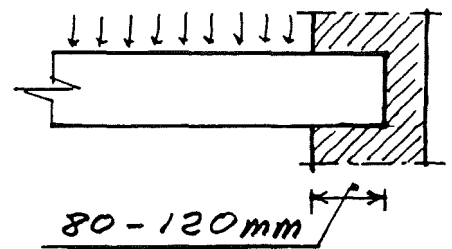
Valg
YS 12/200
 $a_s = 565 \text{ mm}^2/\text{m}$

En enkelspændt plade bør ikke være for lang

$$L \leq 5 \text{ m}$$

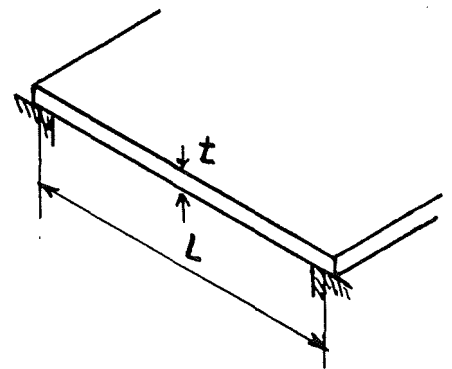


Pladens vederlag bør være 80-120 mm

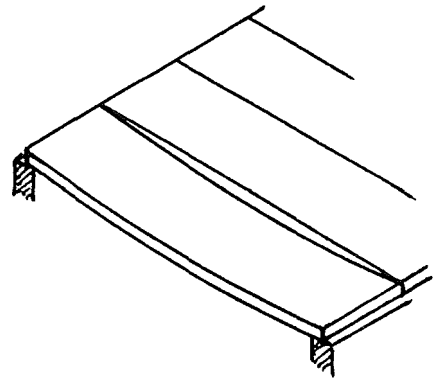


Pladens tykkelse kan ud fra stivhedskrav vælges til

$$z \geq \begin{cases} \frac{1}{30} \cdot L \\ 80 \text{ mm} \end{cases}$$



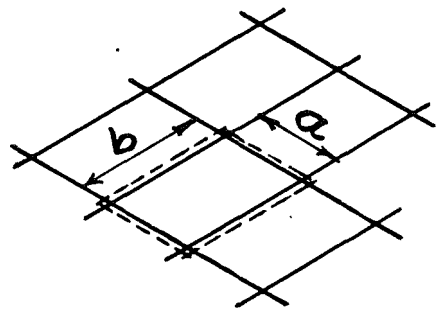
Da pladen ikke i praksis uden videre kan være en række 1 m brede plader, lægges der på tværs en fordelingsarmering (tværarmering)



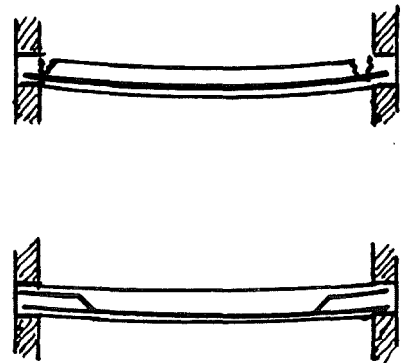
$d_t \geq \left\{ \begin{array}{l} 1/5 \cdot d_s \\ R7 \\ \text{el. (K)} \\ \text{el. T6} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{pr. 250} \\ (b=250) \end{array} \right\}$	d_t samme type som d_s
--	----------------------------

Normen stiller krav til maskeomkreds.

$$O = 2(a+b) \leq \begin{cases} 1200 \text{ mm} \\ 10 \cdot z \end{cases}$$



Ved pladens understøtninger vil/kan der p.g.a. indspænding blive træk i pladens overside, for at sikre imod brud skal halvdelen af armeringen buktet op efter følgende regler.



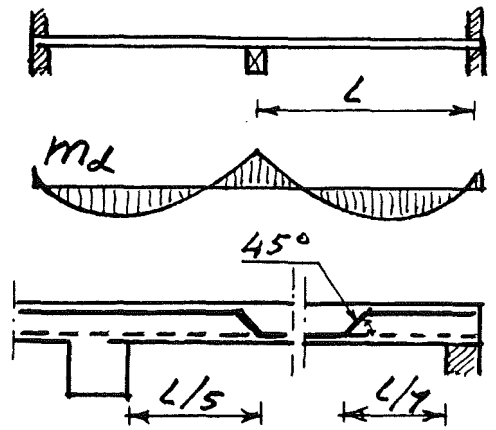
Hovedarmering:

Mellemunderstøtn. $\frac{L}{5}$

Endeunderstøtn. $\frac{L}{4}$

Fordelingsarmering:

Alle understøtn. $2 \text{ til } 3 \cdot z$



Eksempel 23.

SIK. N, KKL. N

Arm. K_s 410

Beton 20, nøddesten

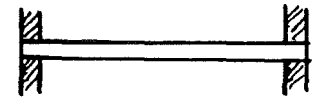
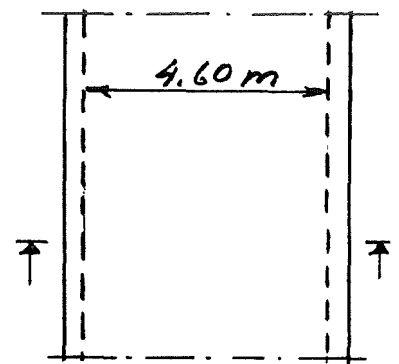
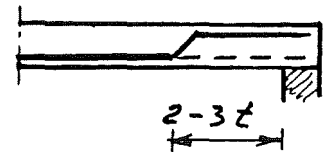
$$f_{yd} = 293 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = 11,1 \text{ N/mm}^2$$

Passiv miljøklasse.

$$L = 4600 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 100 = 4700 \text{ mm} < 5000$$

$$z \geq \begin{cases} \frac{1}{30} \cdot 4700 = 156 \\ 80 \end{cases} \text{ valg } 160 \text{ mm.}$$



Last:

Nyttelast $1,50 \cdot 1,3 = 1,95$

Lette vægge $1,00 \cdot 1,0 = 1,00$

Gulv på strøer $0,25 \cdot 1,0 = 0,25$

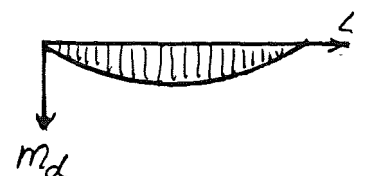
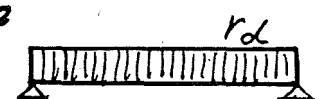
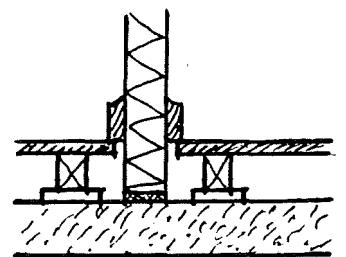
egv. pl. $0,16 \cdot 24 \cdot 1,0 = 3,84$

$$r_d = 7,04 \text{ kN/m}^2$$

$$m_d = \frac{1}{8} \cdot 7,04 \cdot 4,7^2 = 19,44 \text{ kN/m}$$

$$V_A = V_B = \frac{1}{2} \cdot 7,04 \cdot 4,7 = 16,54 \text{ kN/m}$$

$$V_d = V_A = 16,54 \text{ kN/m}$$



$$a_s = \frac{19,44 \cdot 10^6}{0,6 \cdot 160 \cdot 293} = \underline{691 \text{ mm}^2/\text{m}}$$

$$d \sim \frac{1}{10} \cdot 160 = \underline{16 \text{ mm}}$$

$$\underline{100} \leq a \leq \begin{cases} 2 \cdot 160 = 320 \text{ mm} \\ \underline{250 \text{ mm}} \end{cases}$$

$$\underline{\text{Valg } K14/200} - a_s = \underline{769 \text{ mm}^2/\text{m}}$$

$$W = \frac{769 \cdot 293}{0,9 \cdot 160 \cdot 1000 \cdot 11,1} = \underline{0,14} \begin{cases} \geq W_{bal} = 0,505 \\ \geq W_{min} = 0,041 \end{cases}$$

$$a_t \geq \begin{cases} \frac{1}{5} \cdot 691 = \underline{138 \text{ mm}^2/\text{m}} \\ \underline{K8/250} \end{cases}$$

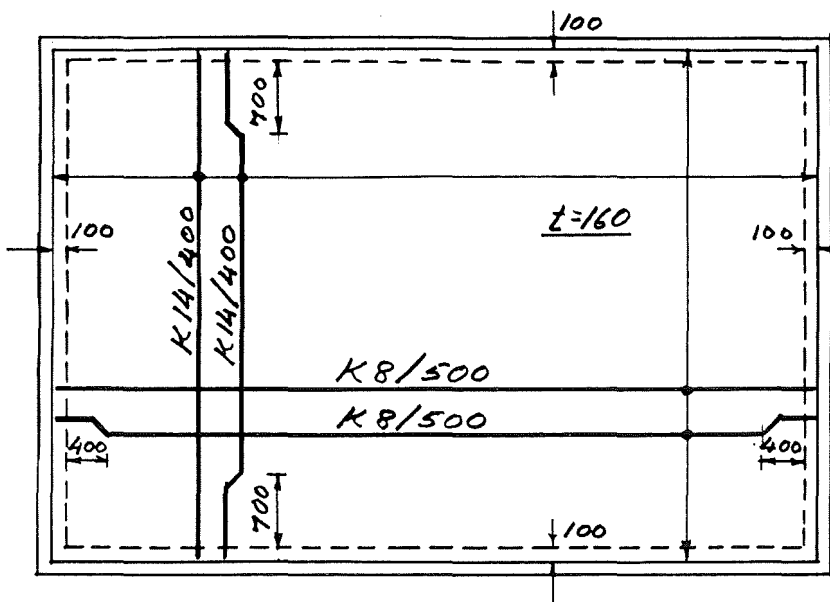
$$\underline{\text{Valg } K8/250}, a_t = \underline{201 \text{ mm}^2/\text{m}}$$

$$O_s = 2(200 + 250) = \underline{900} \leq \begin{cases} \underline{1200} \\ \underline{10 \cdot 160 = 1600} \end{cases}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 4700 = 671 \text{ mm} \rightarrow \underline{\text{valg } 700 \text{ mm}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 160 = 320 \\ 3 \cdot 160 = 480 \end{array} \right\} \rightarrow \underline{\text{Valg } 400 \text{ mm}}$$

$$\underline{\text{Dæklag } c = 21 \text{ mm}}$$



Noter:

Beton.

$f_{ck} \geq 20 \text{ MN/m}^2$ - nøddesten.

Armering.

Kamstål $K_s 410$ (K).

Normal kontrolklasse.

Passiv miljøklasse.

Dæklag 21 mm.

Stødlængder $\begin{cases} K14 - 550 \\ K8 - 300 \end{cases}$

Ubemærte mål er mm.

Jernbetonsøjler.

For at en jernbetonsøjle må regnes bærende, skal følgende krav være opfyldt:

Betontvoersnit.

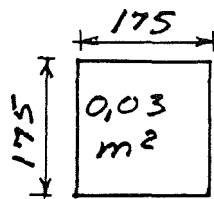
$$A_c \geq 0,03 \text{ m}^2$$

Hvilket betyder at en kvadratisk søjle mindst skal være 175 x 175 mm

søjletvoersnittets mindste side. $a \geq b$

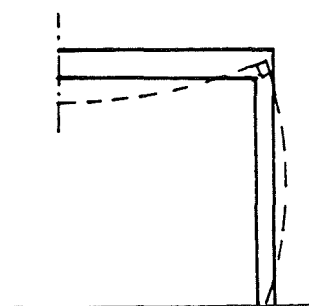
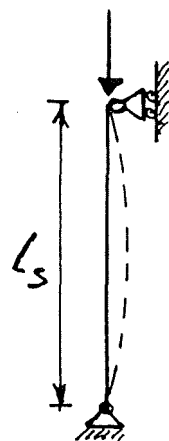
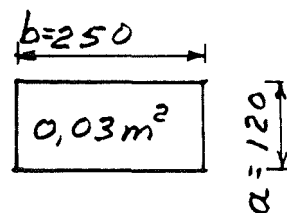
$$a \geq 120 \text{ mm}$$

En af forudsætningerne ved søjleberegninger er at den statiske model har hængsellet i top og bund. Men en søjle støbt in-situ hvor bjælken og søjlen støbes ud i et, opfylder ikke denne betingelse. Bjælkens nedbøjning påtvinger søjlen udbøjning.

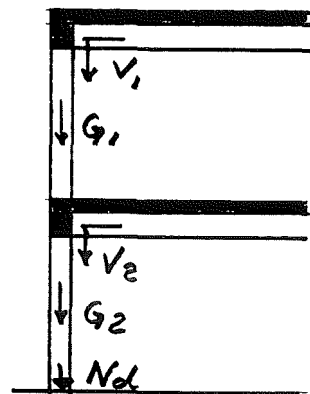
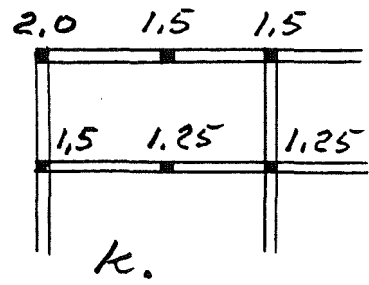


$$0,175^2 = 0,03 \text{ m}^2$$

$$0,12 \cdot 0,25 = 0,03 \text{ m}^2$$



Dette forhold korrigeres ved at øge lasten med en ekscentricitetsfaktor (k), som er afhængig af søjlels placering. Det er kun lasten fra den bjælke der ligger af på den beregnede søjle der skal ganges med k .



$$(N_d) = V_1 + G_1 + \boxed{V_2 \cdot k} + G_2 =$$

I T.S. side 193 er der en bæreevnetabel for en række kvadratiske tværsnit.

T.S. 193.

sidelinie b mm	hoved- armering	bøjle- armering	fri søjlelængde	
			2,0 m	3,0 m
175	4 R 12	R 5/180	369	326
	4 R 16	R 7/240	428	376
200	4 R 12	R 5/180	472	425
	4 R 16	R 7/240	531	484
	4 R 20	R 7/300	595	523

Eksempel 24.

SIK. N, KKL. N, $l_s = 2,8 \text{ m}$.

Armering Fe 360, Beton 20.

$V_A + V_B$ ø. etage 120 kN

$V_A + V_B$ m. etage 160 kN

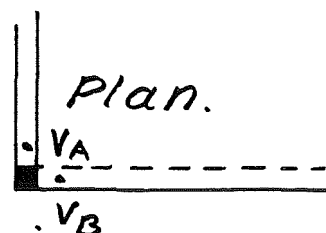
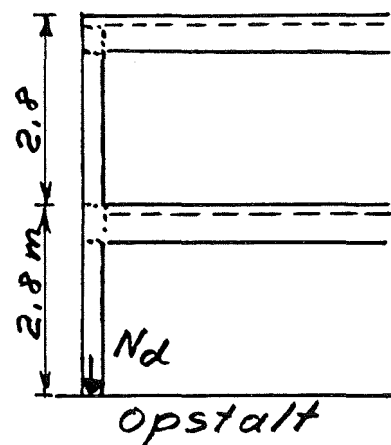
$$N_d = 120 + 160 \cdot 2,0 + g_{sp} = \underline{440 + g_{sp}}$$

Iflg tabel: $N_{ud} = \underline{484 \text{ kN}}$

200x200 - 4R16 - bj. R7/240 - $l_s = 3,0 \text{ m}$

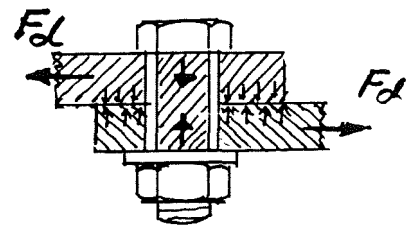
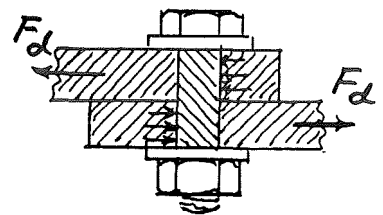
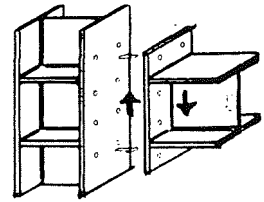
$$N_d = 120 + 160 \cdot 2,0 + 0,2 \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot 2,8 \cdot 24 =$$

$$\underline{(N_d) = 445,38 \text{ kN} < N_{ud} = 484 \text{ kN}}$$



Boltsamlinger.

Montagesamlinger af stålkonstruktioner er næsten altid boltsamlinger, disse kan deles i 2 typer dornsamlinger og friktionssamlinger. Dornboltens svigt for tværlast vil være et overklip af boltens, og friktionssamlingens svigt for tværlast vil være en glidning mellem de sammenspændte plader.



Bolte fremstilles i en række boltkvaliteter, ud fra hvilket boltens regningsmæssige styrke f_{bolt} kan beregnes, den mest anvendte bolt i dag er kvalitetsklasse 8.8

REGNINGSMÆSSIG VÆRDI f_{bolt} N/mm ²	
BOLTEKVALITETS KLASSE	SIKKERHEDSKL. NORMAL
3.6	141
4.6	188
4.8	250
5.6	234
5.8	313
6.8	375
→ 8.8	500
9.8	563
10.9	641
12.9	769

Dornbolte kan enten være en (dyn) afdrejet pas-bolt d.v.s. en bolt der passer præcis i hullet,

eller det kan være den mere anvendte slipbolt, d.v.s. en valset bolt hvor hullet er større end bolten.

Tværlastede slipbolte

$$d_{\text{bolt}} < 18 \text{ mm} \rightarrow \text{hul} \leq d_{\text{bolt}} + 1,0 \text{ mm}$$

$$d_{\text{bolt}} \geq 18 \text{ mm} \rightarrow \text{hul} \leq d_{\text{bolt}} + 1,5 \text{ mm}$$

Overklip.

$$\tau = \frac{F_d}{A_{\text{skæft}}} \leq 0,58 \cdot f_{\text{bolt}}$$

Hulrand.

$$\sigma = \frac{F_d}{t \cdot d} \leq \frac{f_{yd}}{0,65}$$

slipboltes bæreevne kan findes i T.S. side 277.

Eksempel 25.

Boltkvalitet 8.8., $F_c 360$.

$$F_{ud} = \left\{ \begin{array}{l} \text{bolt. } 58,0 \\ \text{hulrand. } 22,6 \end{array} \right\} \text{ kN} \geq \frac{F_d}{n \cdot \text{bolte}}$$

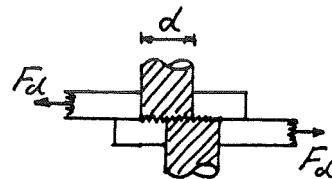
For at få den fulde udnyttelse af boltten, skal mindste pladetykkelse være

$$t = 13 \text{ mm} \rightarrow F_{ud} = \underline{58,8 \text{ kN}}$$

Sekakantskruer og metrikker
med metriak gevind

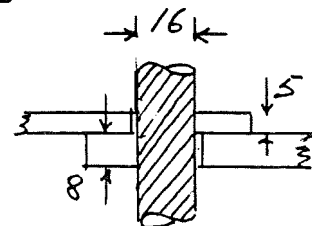
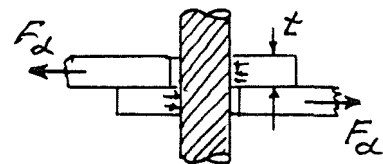
Ydre gevind-diameter d mm	Kerne-diam. d _k mm	Kerne-areal A _k mm ²	Spændings-areal A _s mm ²	Skæft-areal A _s mm ²
M 8	6,65	34,7	37,6	50,3
M 10	8,38	55,1	59,5	76,5
M 12	10,1	80,2	86,7	112
M 14	11,8	110	118	154
M 16	13,8	150	160	201
M 20	17,3	235	250	314
M 22	19,3	292	309	385
M 24	20,7	338	360	452
M 27	23,7	443	468	592
M 30	26,2	540	571	707
M 36	31,7	788	831	1018
M 42	37,1	1083	1140	1385
M 48	42,6	1424	1498	1810

T.S.
279.



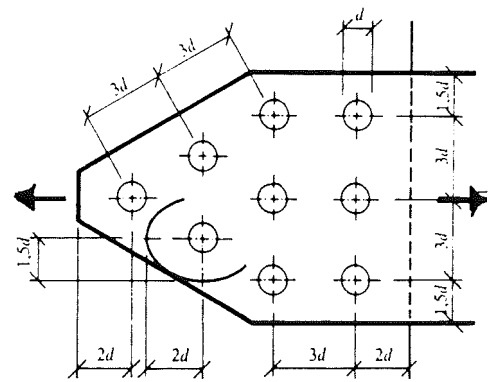
slipbolte.

Tværlast { Overklip
Hulrand

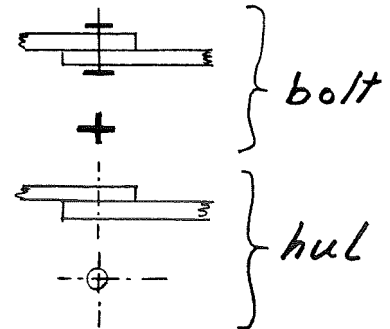


Afstandsregler.

For at undgå forskydningsbrud mellem bolt-hullerne, stiller normen krav til hulafstand.

Signaturer.

På tegninger skal der kunne ses forskel på huller og bolte, møtrikside bør markeres.

Eksempel 26.

Bolt 8.8., Fe. 430.

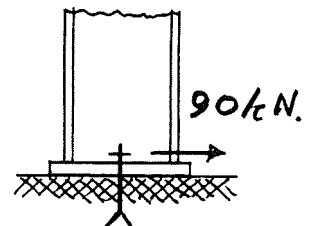
$F_d = 90 \text{ kN}$, 2 M? , _ _ _

Overklip.

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot 90,0 = \underline{45,0 \text{ kN/bolt}}$$

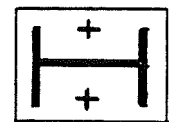
Iflg. tabel M16, $F_{ud} = \underline{58,0 \text{ kN}}$

$$\tau = \frac{90,0 \cdot 10^3}{2 \cdot 201} = \underline{223,9 \text{ N/mm}^2} \leq 0,58 \cdot 500 = \underline{290}$$



Hulrand.

$$F_d = \frac{90 \cdot 0,85}{2} = \underline{38,25 \text{ kN/bolt}}$$



Iflg. tabel t=10 mm, $F_{ud} = \underline{45,2 \text{ kN}}$

$$\sigma = \frac{90 \cdot 10^3}{2 \cdot 10 \cdot 16} = \underline{281,25 \text{ N/mm}^2} \leq \frac{215}{0,65} = \underline{330,77}$$

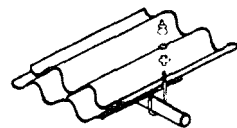
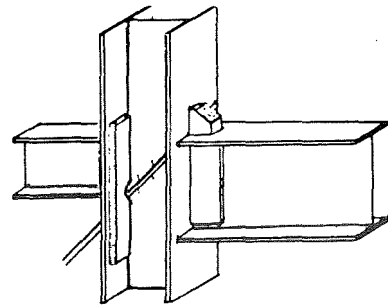
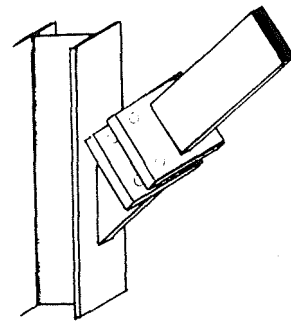
Trækbelastede slipbolte.

For belastning i boltens aksialretning bliver boltens snitkraft normal-kraften (N_d). For denne last er boltens svageste snit ved gevindet $A_s =$ spændingsarealet.

På grund af kærsvirkning reduceres boltens styrke med faktoren 1,2, når gevindet er rullet.

$$\sigma = \frac{N_d}{A_s} \leq \frac{f_{bolt}}{1,2}$$

Trækboltes bæreevne findes i T.5. 277.

Eksempel 27.

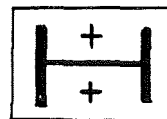
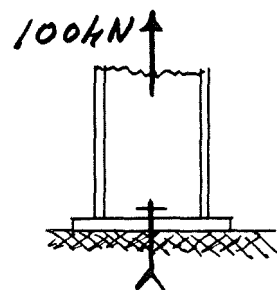
Bolt 8.8., Fe. 430.

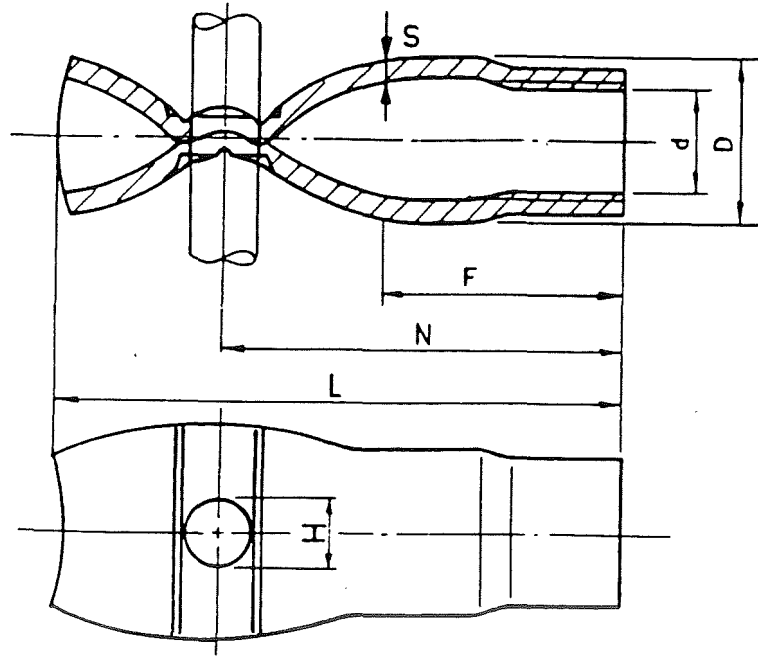
$N_d = 100,0 \text{ kN}$, 2 M?

$$N_d = \frac{100,0}{2} = \underline{50,0 \text{ kN/bolt}}$$

Iflg tabel M16, $N_{ud} = \underline{66,7 \text{ kN}}$

$$\sigma = \frac{100,0 \cdot 10^3}{2 \cdot 160} = \underline{312,5 \text{ N/mm}^2} \leq \frac{500}{1,2} = \underline{417,67}$$





Til transport af elementer
bør type AMT anvendes

Mål i mm							Vægt gr.	Tilrådtelig max. belastning tons	Prøvebelastning tons	Sikkerhedsfaktor
d M/WG	L	HØ	S	F	DØ	N				
M 10 3/8"	55	5,5	1,5	25	13	40	25	0,4	2,5	6,2
M 12 1/2"	65	7	2,0	30	17	45	45	0,8	3,5	4,3
M 16 5/8"	75	9	2,5	35	22	55	85	1,1	4,5	4,0
M 20 3/4"	95	11	3,25	42	27	70	170	1,5	8,0	5,3
M 24 1"	140	14	4,0	85	34	110	415	2,0	11,0	5,5
M 30 1 1/4"	190	17	4,0	100	42,5	145	730	2,3	16,0	6,9

Ret til ændringer forbeholdes

Andre dimensioner på bestilling

Tegnet:

C. GERICKE A/S
Gammelgårdsvej 65
3520 Farum
Danmark
Tlf. (01) 95 12 55

C. G. LETTE RØRMØTRIKKER
TYPE RME

Oktober 1974

Kontr.

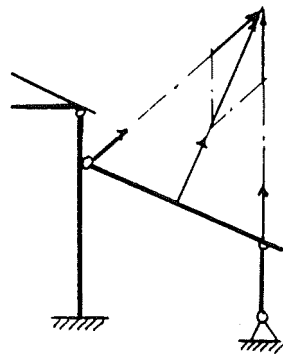
Godkendt

3/211-2

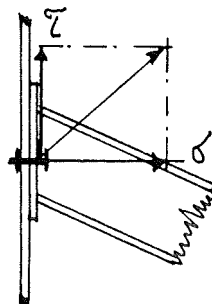
72.

Slipbolte med træk- og forskydningslast.

De resulterende spændinger fra de 2 laster må ikke overstige boltens styrke.



$$\sqrt{(1,2 \cdot \sigma)^2 + 3 \cdot (\tau)^2} \leq f_{bolt}$$



Eksempel 28.

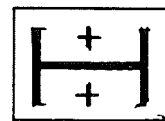
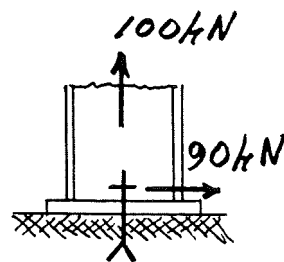
Ifølge eks. 25. $\tau = 223,9 \text{ N/mm}^2$

Ifølge eks. 26. $\sigma = 312,5 \text{ N/mm}^2$

$$\sqrt{(1,2 \cdot 312,5)^2 + 3(223,9)^2} = 539,5 \text{ N/mm}^2 \leq 500\%$$

Nyt valg 2 M20, t = 10 mm

Dokumenter at samlingens spændinger er i orden?



Spændbolte.

For at opnå den nødvendige friktion mellem kontaktfladerne skal følgende være opfyldt.

Rensning af kontaktfladerne

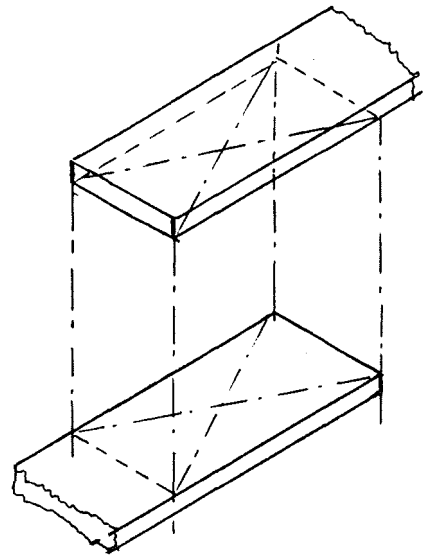
Ved normal behandling skal kontaktfladerne renses for valsehud, rust og lignende ved flammerensning eller sandblæsning. Efter rensningen skal kontaktfladerne være jævne og plane.

Planatretning af kontaktfladerne

Safremt anlægsfladerne har buler eller lignende fx på grund af svejse-deformationer eller støbeuøjagtigheder, skal der foretages en planatretning af anlægsfladerne

Renholdelse af kontaktfladerne

Der skal drages omsorg for, at kontaktfladerne umiddelbart før samling er fri for fugt, is, rust, olie, fedt, maling og lignende.



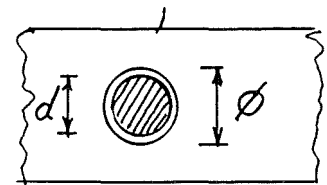
Forspændingskraften pr. bolt for 8.8. bolte.

$$N_p = 0,75 \cdot 640 \cdot A_s$$

Den regningsmæssige friktion for stål/stål Fe 360 og Fe 430 er $\mu_d = 0,35$

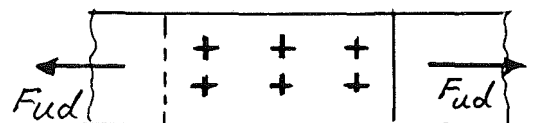
Bæreevnen er også afhængig af hullets størrelse i forhold til boltten.

$\phi_{\text{hul}} - d_{\text{bolt}}$	1mm	2mm	3mm
C_5	1,0	1,1	1,25



Spændboltes bæreevne

$$F_{ud} = \frac{0,35 \cdot N_p}{C_5}$$



Eksempel 29.

Bolt 8.8, M16

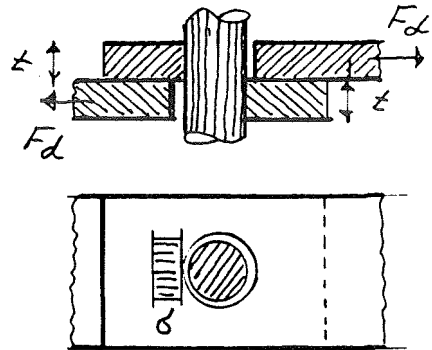
$$\phi_{\text{hul}} - d_{\text{bolt}} = 3 \text{ mm}$$

$$N_p = 0,75 \cdot 640 \cdot 160 \cdot 10^{-3} = \underline{76,8 \text{ kN}}$$

$$F_{ud} = \frac{0,35 \cdot 76,8}{1,25} = \underline{21,6 \text{ kN}}$$

N_p og F_{ud} se TS 278.

Spændbolte skal undersøges for hulrand lige som tværlastede slipbolte.

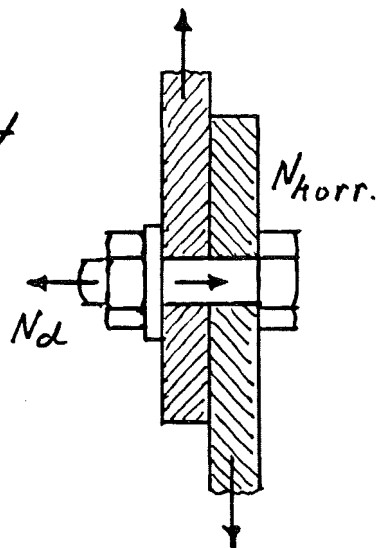


$$\sigma = \frac{F_d}{z \cdot d} \leq \frac{f_{ud}}{0,5}$$

Spændbolte med ydre træk.

Boltens forspændingskraft bliver formindsket af det ydre træk, og da samtidig boltens trækstyrke $f_y/1,2$ skal overholdes bliver

$$N_{\text{korr}} = N_p - N_d \text{ for 8.8. bolte}$$



$$N_{\text{korr}} = \frac{500}{1,2} \cdot A_s - N_d$$

og

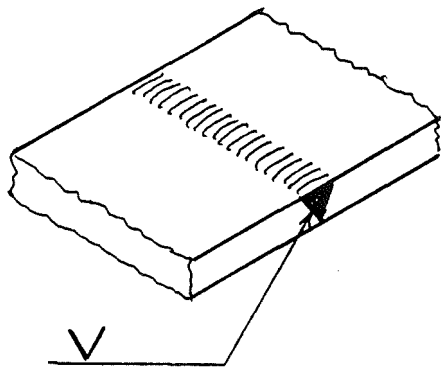
$$F_{ud} = \frac{0,35 \cdot N_{\text{korr}}}{c_s}$$

Svejsesamlinger.

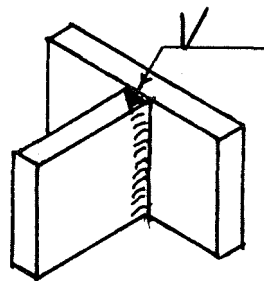
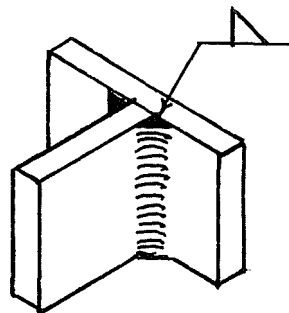
Svejsesamlingers styrke er afhængig af:

1. Stålstyrke $\left\{ \begin{array}{l} Fe\ 360 \\ Fe\ 430 \\ Fe\ 510 \end{array} \right.$

idet valg af elektrode altid skal tilpasses konstruktionsstålet.

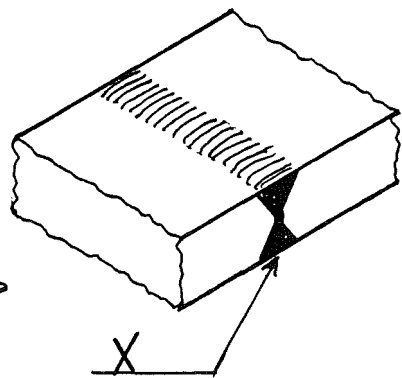


2. Sømtype $\left\{ \begin{array}{l} Kantsømme \\ Stumpsømme \end{array} \right.$
 Stumpsømme er bedst, men også den dyreste på grund af tildannelse af sømtværsnit.



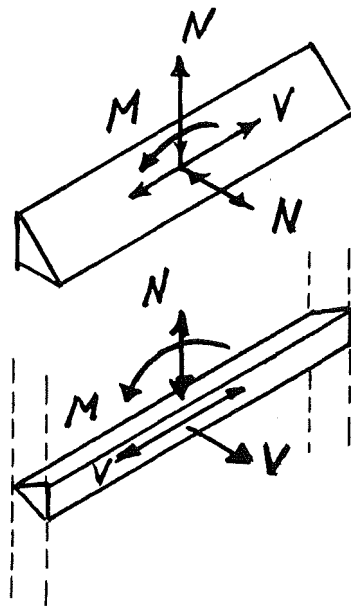
3. Sømklasse $\left\{ \begin{array}{l} A - \text{god.} \\ B - \text{bedre.} \\ C - \text{bedst.} \end{array} \right.$

Svejsning i sømklasse A giver mindst styrke, men da den kræver mindst kontrol bliver den billigst. Sømklasse A er almindeligvis tilstrækkelig til husbygningskonstruktioner.



4. Snitkraft $\left\{ \begin{array}{l} \text{Træk (N)} \\ \text{Tryk (N)} \\ \text{Moment (M)} \\ \text{Forskydning (V)} \end{array} \right.$

Afhængig af sømklasse og snitkraft øges svej-sesømmens spænding med en sømfaktor.



Sømttype	Snitkraft	Sømklasse		
		A	B	C
Stumpsøm	Træk	1,5	1,2	1,0
	Tryk	1,2	1,0	1,0
	Moment	1,5	1,2	1,0
	Forskydning	1,2	1,0	1,0
Kantsøm	Træk	1,8	1,5	1,4
	Tryk	1,4	1,4	1,4
	Moment	1,8	1,5	1,4
	Forskydning	1,2	1,0	1,0

Stumpsømme.

Regningsmæssigt areal.

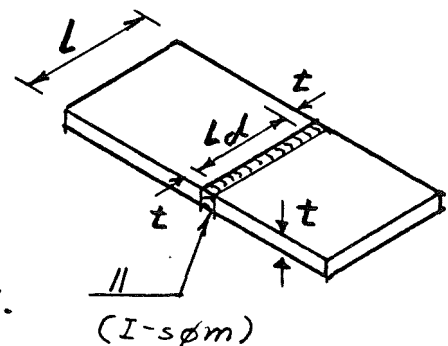
$$A_d = l_d \cdot t$$

Regningsmæssig sømlængde.

$$l_d = l - 2 \cdot t$$

Regningsmæssig sømtykkelse.

$t =$ mindste pladetykkelse



Spændingsformler for
stumpsømme i klasse A.
Træk.

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{N_d}{t \cdot (L - 2t)} \leq f_{yd}$$

Tryk.

$$\sigma_N = 1,2 \cdot \frac{N_d}{t \cdot (L - 2t)} \leq f_{yd}$$

Moment.

$$\sigma_M = 1,5 \cdot \frac{M_d}{\frac{1}{6} \cdot t \cdot (L - 2t)^2} \leq f_{yd}$$

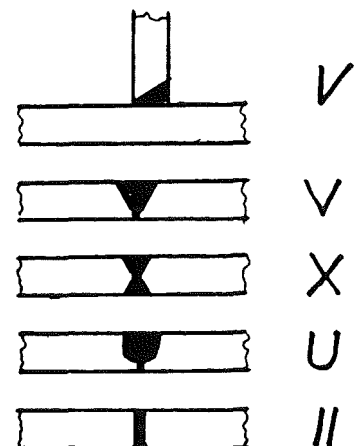
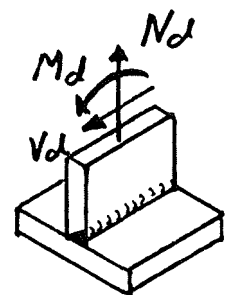
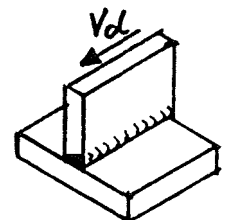
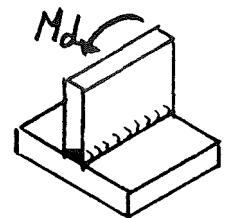
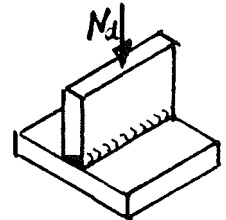
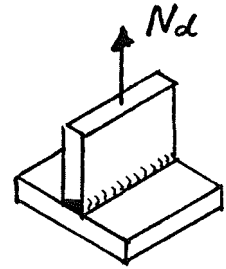
For skydning.

$$\tau_v = 1,2 \cdot \frac{V_d}{t(L - 2t)} \leq 0,58 \cdot f_{yd}$$

Hvis svejse sømmen er udsat for en kombination af snitkræfter skal følgende også eftervises.

$$\sqrt{(\sigma_N \pm \sigma_M)^2 + 3(\tau_v)^2} \leq f_{yd}$$

Valget af stumpsømmes form er afhængig af tykkelsen på pladerne der skal sammensvejses, der skal være plads til at svejse.



Eksempel 30.

$$f_{yd} = 184 \text{ N/mm}^2$$

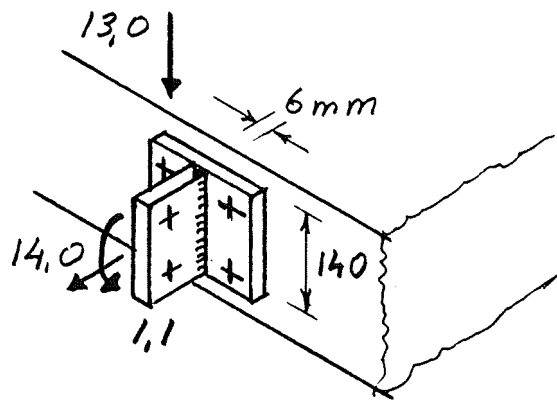
$$M_d = 1,1 \text{ kNm}$$

$$N_d = 14,0 \text{ kN}$$

$$V_d = 13,0 \text{ kN}$$

$$t = 6 \text{ mm}$$

sømklassse A



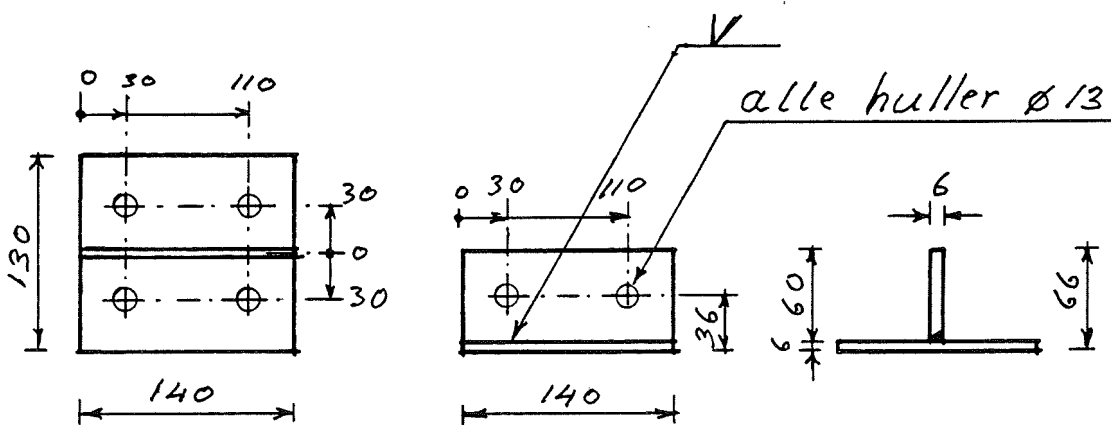
$$l_d = 140 - 2 \cdot 6 = \underline{128 \text{ mm}}$$

$$\sigma_N = 1,5 \cdot \frac{14,0 \cdot 10^3}{6 \cdot 128} = \underline{27,3 \text{ N/mm}^2} \leq 184 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_M = 1,5 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^6}{\frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 128^2} = \underline{100,7 \text{ N/mm}^2} \leq 184 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_v = 1,2 \cdot \frac{13,0 \cdot 10^3}{6 \cdot 128} = \underline{20,3 \text{ N/mm}^2} \leq 0,58 \cdot 184 = 106,7$$

$$\sqrt{(27,3 + 100,7)^2 + 3(20,3)^2} = \underline{132,7 \text{ N/mm}^2} \leq 184 \text{ N/mm}^2$$



Kantsømme. $a = \text{sømtykkelse}$

$$3 \text{ mm} \leq a \leq 20 \text{ mm}$$

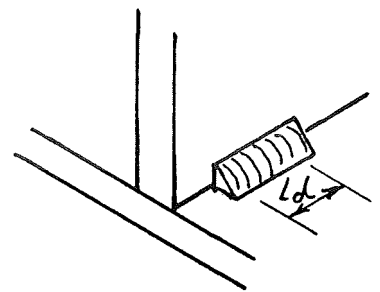
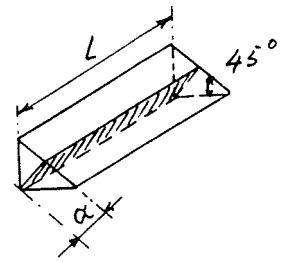
Regringsmæssigt sømredl.

$$A_d = a \cdot l_d$$

Regringsmæssig sømlængde.

$$l_d = L - 2a$$

$$l_d \geq \begin{cases} 8 \cdot a \\ 40 \text{ mm} \end{cases}$$



For at undgå ekscentricitet, vil kantsømme stort set altid være dobbelte.

Spændingsformler for dobbelt kantsøm i klasse A.

Træk.

$$\sigma_N = 1,8 \cdot \frac{N_d}{2 \cdot a \cdot (L - 2a)} \leq f_{yd}$$

Tryk.

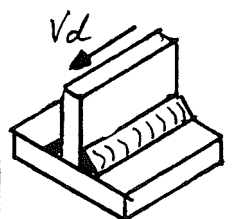
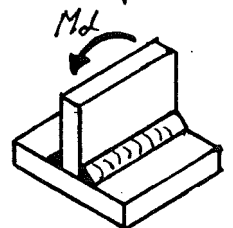
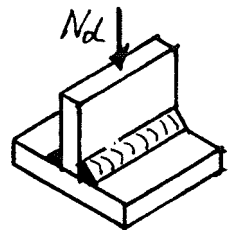
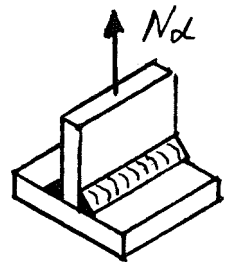
$$\sigma_N = 1,7 \cdot \frac{N_d}{2 \cdot a \cdot (L - 2a)} \leq f_{yd}$$

Moment.

$$\sigma_M = 1,8 \cdot \frac{M_d}{2 \cdot \frac{1}{6} \cdot a \cdot (L - 2a)^2} \leq f_{yd}$$

Forskydning

$$\tau_v = 1,2 \cdot \frac{V_d}{2 \cdot a \cdot (L - 2a)} \leq 0,58 \cdot f_{yd}$$



Ved kombination af snitkræfter skal følgende også eftervises.

$$\sqrt{(\sigma_N \pm \sigma_M)^2 + 3(\tau_v)^2} \leq f_{yd}$$

Eksempel 31.

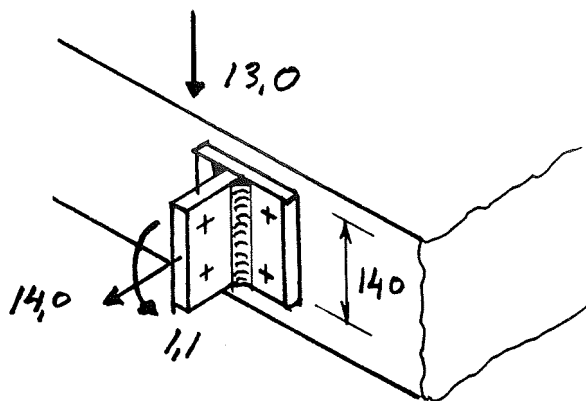
$$f_{yd} = 184 \text{ N/mm}^2$$

$$M_d = 1,1 \text{ kNm}$$

$$N_d = 14,0 \text{ kN}$$

$$V_d = 13,0 \text{ kN}$$

Sømklassse A



$$3 \text{ mm} \leq 4 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm}$$

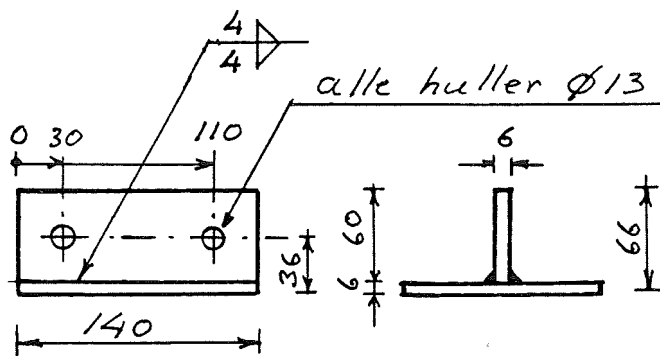
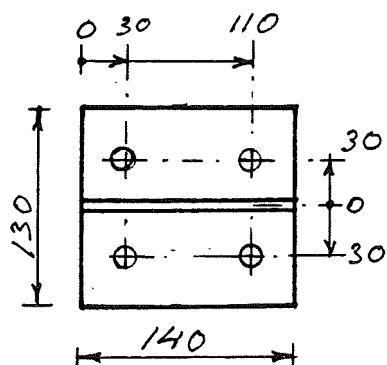
$$l_d = 140 - 2 \cdot 4 = 132 \text{ mm}$$

$$\sigma_N = 1,8 \cdot \frac{14,0 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 132} = 23,9 \text{ N/mm}^2 \leq 184 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_M = 1,8 \cdot \frac{1,1 \cdot 10^6}{2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 132^2} = 85,2 \text{ N/mm}^2 \leq 184 \text{ N/mm}^2$$

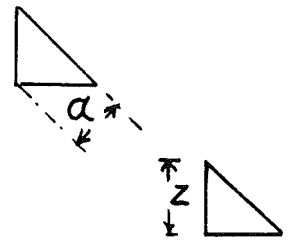
$$\tau_v = 1,2 \cdot \frac{13,0 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot 132} = 14,8 \text{ N/mm}^2 \leq 0,58 \cdot 184 = 106,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sqrt{(23,9 + 85,2)^2 + 3(14,8)^2} = 112,1 \text{ N/mm}^2 \leq 184 \text{ N/mm}^2$$

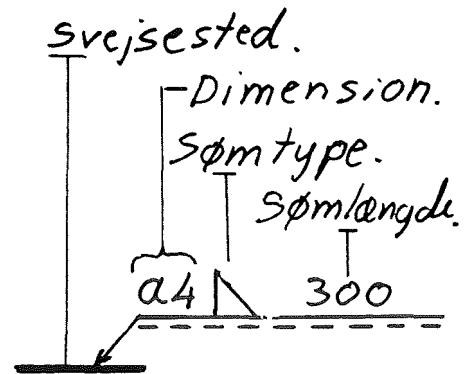


Svejsesymboler på tegninger.

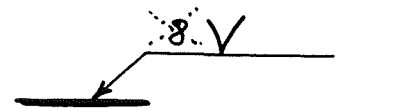
Kantsømmes dimension anbefales angivet med sit a -mål, men kan også angives med sit z -mål.



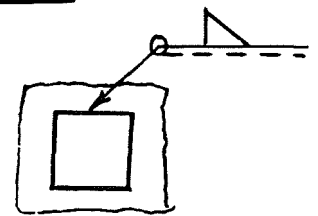
Hvis der ikke er angivet nogen længde skal der svejses hele vejen.



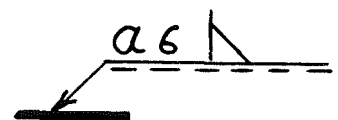
Ved stumpsømme kan dimensionen udelades, hvis der skal gennemsvæjses i hele tykkelsen.



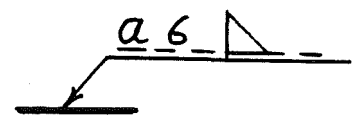
Svejsning hele vejen rundt markeres med en bolle.



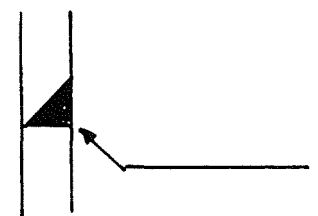
Oplysninger om svejsning på forsiden skrives på fuldstreglinien.



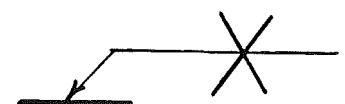
Og om bagsiden skrives på den punkterede linie.



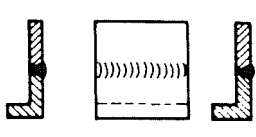
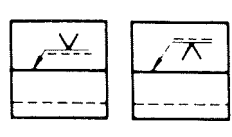
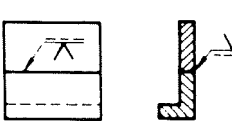



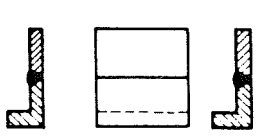
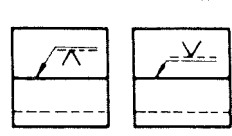
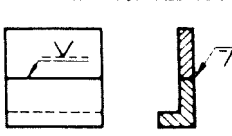

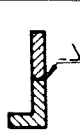


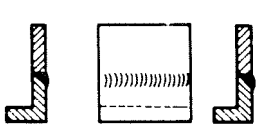
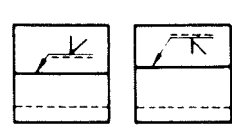
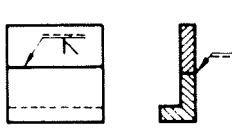

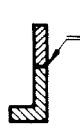

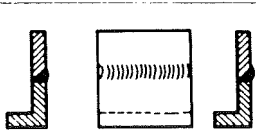
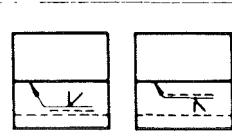
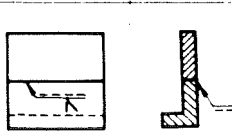

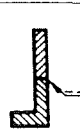

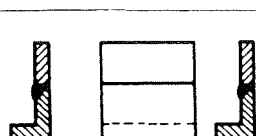
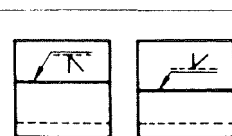
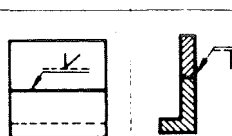



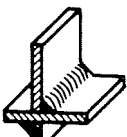
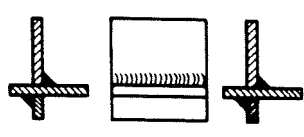
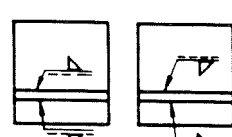
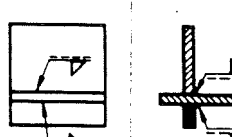


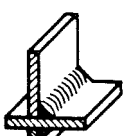
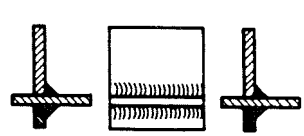
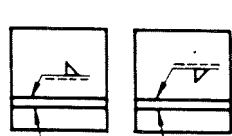
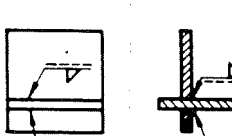
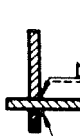



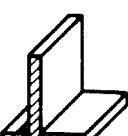
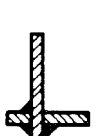
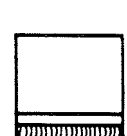
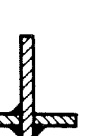
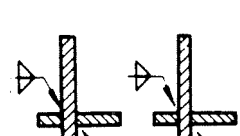
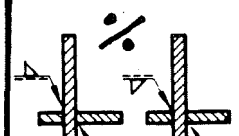
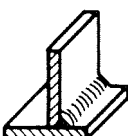
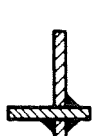
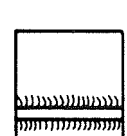
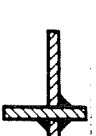
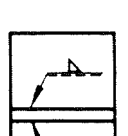
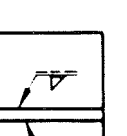
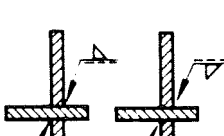
Ved usymmetrisk tildannede stumpfuger skal pitespid- sen vende mod den profilerede kant.



Ved symmetriske sømme udelades den punkterede linie.

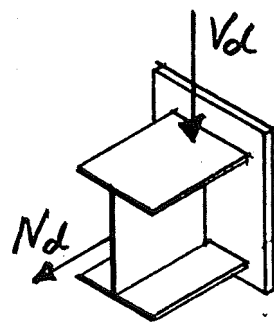


V søm stump søm 						
						
$\frac{1}{2}$ V søm. stump søm 						
						
						
Kantsøm 						
						

				ikke anbefalet		
						

Hvis der i en samling er både tvær- og længdesømme, kan der ikke umiddelbart laves spændingsbestemmelse på grund af forskellige snitkræfter og sømfaktorer. Under forudsætning at der svejses i sømklasser A, vil en tilnærmet svejdesømsstyrke, der på den sikre side tager hensyn til ovenstående, være 0,48 · f_{yd}. Derefter kan samlingens styrke/bæreevne eftervises for både stumpsømme og kantsømme ved følgende bæreevneudtryk.

$$\Sigma N_{ud} + V_{ud} = A_d \cdot 0,48 \cdot f_{yd} \geq \Sigma N_d + V_d$$



$$\sigma_N = \frac{N_d}{A_d} \leq \frac{f_{yd}}{1,8} \Rightarrow$$

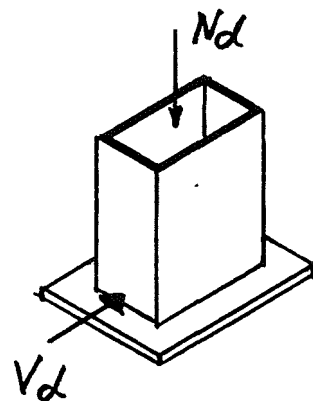
$$\sigma_N \leq 0,56 \cdot f_{yd}$$

$$\tau_V = \frac{V_d}{A_d} \leq \frac{0,58 \cdot f_{yd}}{1,2} \Rightarrow$$

$$\tau_V \leq 0,48 \cdot f_{yd}$$

$$\sigma_N = \frac{N_d}{A_d} \leq \frac{f_{yd}}{1,7} \Rightarrow$$

$$\sigma_N \leq 0,59 \cdot f_{yd}$$



Eksempel 32.

$$f_{yd} = 215 \text{ N/mm}^2, \alpha = 4 \text{ mm (A)}$$

$$V_d = 150 \text{ kN}, N_d = 80 \text{ kN}$$

Sømme ved flanger.

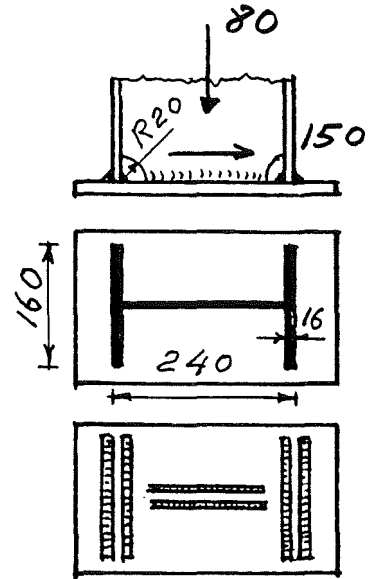
$$4 \text{ stk} \cdot 4 \cdot (160 - 2 \cdot 4) = 2432$$

Sømme ved krop.

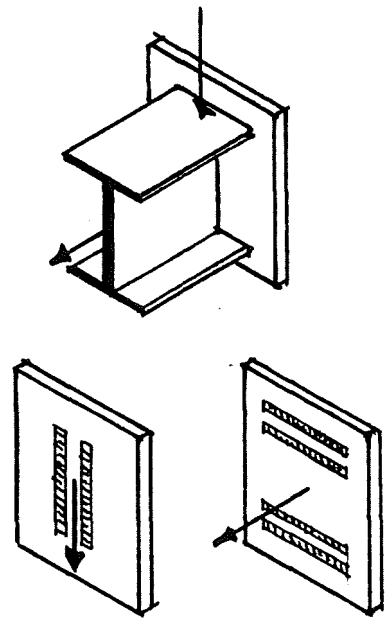
$$2 \text{ stk} \cdot 4 \cdot (240 - 2(16 + 20 + 4)) = 1280$$

$$A_d = 3712 \text{ mm}^2$$

$$F_{ud} = 3712 \cdot 0,48 \cdot 215 \cdot 10^{-3} = 383,1 \text{ kN} \geq 150 + 80 = 230 \text{ kN}$$



En anden metode hvor man f. eks. lader svejs ved krop optage kraften i den ene retning, og svejs ved flanger optage kraften i den anden retning er også acceptabel.

Eksempel 33.

$$\text{RHS } 100 \times 200, \alpha = 4 \text{ mm}$$

$$f_{yd} = 215 \text{ N/mm}^2, \text{ sømkl. A}$$

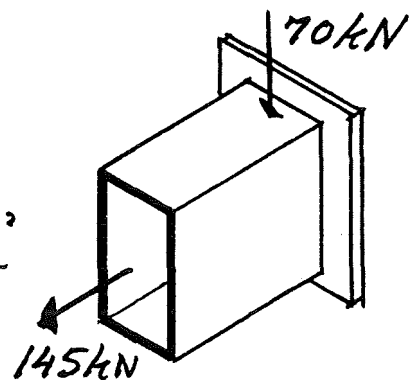
$$V_d = 70 \text{ kN}, N_d = 145 \text{ kN}$$

$$\sigma_N = 1,8 \cdot \frac{145 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot (100 - 2 \cdot 4)} = 169,9 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_N = 169,9 \text{ N/mm}^2 \leq f_{yd} = 215 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_V = 1,2 \cdot \frac{70 \cdot 10^3}{2 \cdot 4 \cdot (200 - 2 \cdot 4)} = 114,1 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_V = 114,1 \text{ N/mm}^2 \leq 0,58 \cdot 215 = 124,7 \text{ N/mm}^2$$



Sammensatte fladers tyngdepunkt.

Et areals tyngdepunkt kan bestemmes som resultanten af delarealernes tyngdepunkt.

Da summen af delarealernes momenter, må være lige så stort som det samlede areals moment omkring en valgt akse, skal følgende være opfyldt.

$$\sum (A \cdot \eta) = (\sum A) \cdot \eta_0 \Rightarrow$$

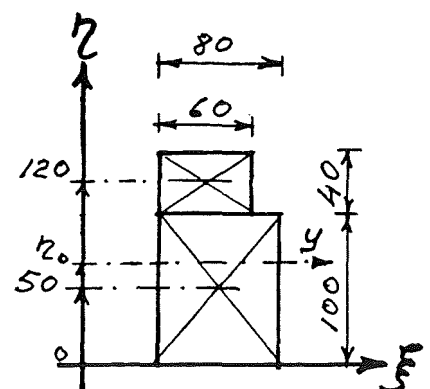
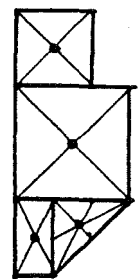
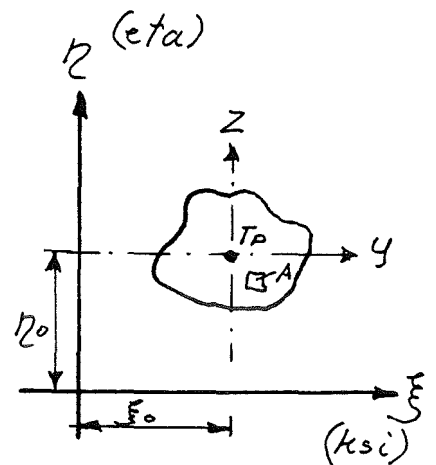
$$\eta_0 = \frac{\sum (A \cdot \eta)}{\sum A}$$

η_0 er afstanden fra den valgte akse og til arealets tyngdepunkt.

Ved beregningen opdeles arealet i delarealer med kendt tyngdepunkt, se T.S. side 34-37.

Eksempel 34.

$$\eta_0 = \frac{100 \cdot 80 \cdot 50 + 60 \cdot 40 \cdot 120}{100 \cdot 80 + 60 \cdot 40} = \underline{\underline{66 \text{ mm}}}$$



Arealers inertimoment.

Ved et areals inertimoment om en linie forstås den positive sum af de enkelte arealelementer ganget med kvadratet på deres afstand fra linien.

$$I_{\xi} = \int_A \eta^2 \cdot dA = I_y + \eta_0^2 \cdot A$$

I_y er tværsnittets inertimoment om dets egen tyngdepunktsakse (se T.S.)

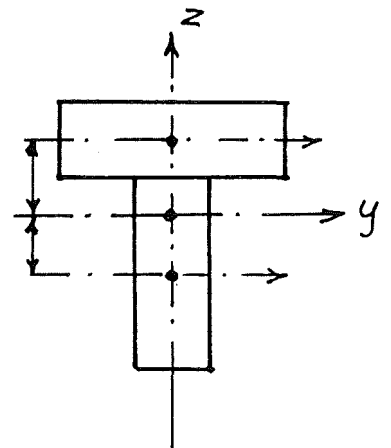
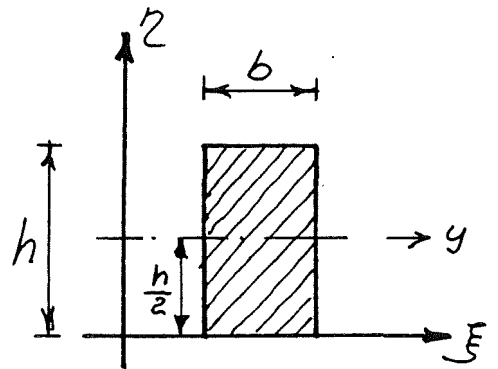
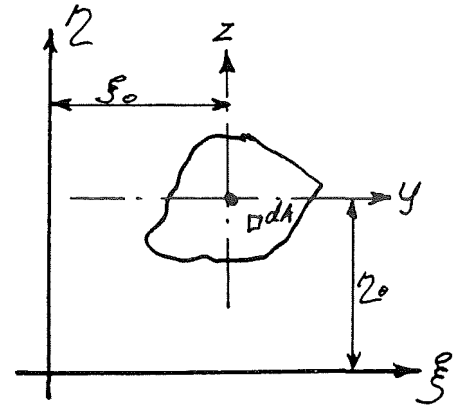
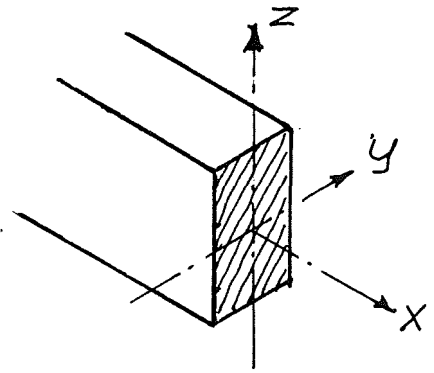
Eksempel 35.

$$\begin{aligned} I_{\xi} &= \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot b \cdot h = \\ &= \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + \frac{h^2}{4} \cdot b \cdot h = \\ &= \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) \cdot b \cdot h^3 = \\ &= \left(\frac{1}{12} + \frac{3}{12}\right) \cdot b \cdot h^3 = \end{aligned}$$

$$I_{\xi} = \frac{1}{3} \cdot b \cdot h^3$$

Når inertimomentet skal findes af et tværsnit sammensat af deltværsnit med kendt inertimoment bruges flytteformlen.

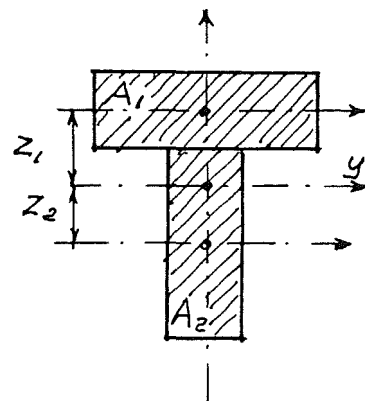
$$I_y = \sum I_0 + z^2 \cdot A$$



$$I_y = I_{o,1} + I_{o,2} + I_{o,n} + z_1^2 \cdot A_1 + z_2^2 \cdot A_2 + z_n^2 \cdot A_n$$

I_o er deltrærsnittets inertimoment om egen tp -akse, og y er flytteafstanden fra deltrærsnittets tyngdepunktsakse til hele trærsnittets fælles tp -akse.

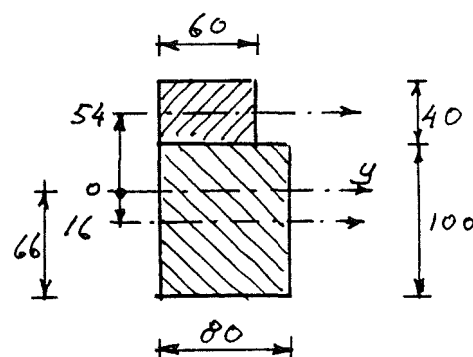
A er deltrærsnittets areal.



Eksempel 36.

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 80 \cdot 100^3 + \frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 40^3 + 16^2 \cdot 80 \cdot 100 + 54^2 \cdot 60 \cdot 40 =$$

$$I_y = \underline{\underline{15,59 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}}$$



Beregning af inertimoment gøres lettere og mere overskueligt i skemaform.

	$A = b \cdot h$	η	$S_S = A \cdot \eta$	$I_o = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$	z	$I_y = I_o + z^2 \cdot A$
I	$40 \cdot 60 = 2,4 \cdot 10^3$	120	$288,0 \cdot 10^3$	$\frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 40^3$	54	$8,92 \cdot 10^6$
II	$80 \cdot 100 = 8,0 \cdot 10^3$	50	$400,0 \cdot 10^3$	$\frac{1}{12} \cdot 80 \cdot 100^3$	16	$6,67 \cdot 10^6$
Σ	$10,4 \cdot 10^3$		$688,0 \cdot 10^3$			$\underline{\underline{15,59 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}}$

$$\eta_o = \frac{688,0 \cdot 10^3}{10,4 \cdot 10^3} = \underline{\underline{66 \text{ mm.}}}$$

Huller i tværsnit med kendt inertimoment.

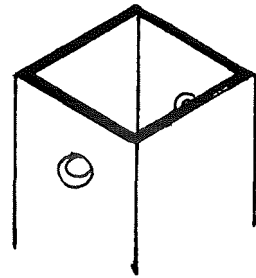
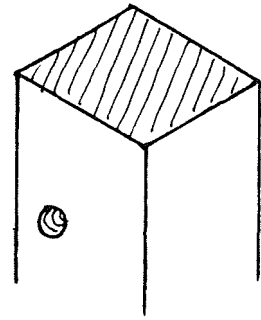
Her kan flytteformlen også bruges.

$$I_y = I_0 + z^2 \cdot A \Rightarrow$$

$$I_{y, \text{red}} = I_y - (I_0 + z^2 \cdot A)$$

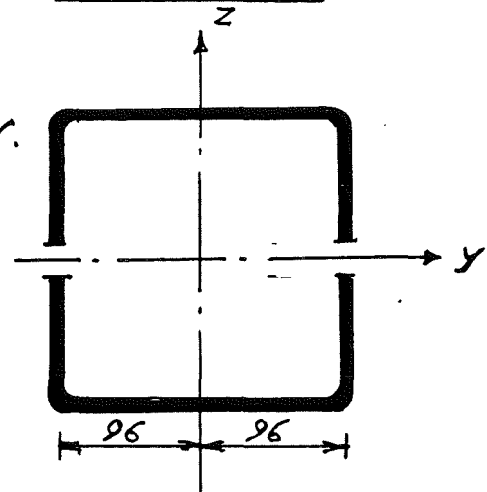
I_y er inertimoment i tværsnitstabel.

$I_0 + z^2 \cdot A$ er fradrag for huller.



$$\underline{200 \times 200 \times 8 \text{ mm}}$$

$$\underline{d = 20 \text{ mm.}}$$



$$I_y = I_z = 29,6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Eksempel 37.

Huller symmetrisk i forhold til tyngdepunktsakser.

$$I_y = 29,6 \cdot 10^6 - \left(\frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 20^3 + 0^2 \cdot 8 \cdot 20 \right) \cdot 2 =$$

$$I_y = \underline{\underline{29,59 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}}$$

$$I_z = 29,6 \cdot 10^6 - \left(\frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 8^3 + 96^2 \cdot 8 \cdot 20 \right) \cdot 2 =$$

$$I_z = \underline{\underline{29,65 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}}$$

Eksempel 38.

Huller usymmetrisk i forhold til tyngdepunktsakser. D.v.s. tyngdepunktsakserne for det reducerede- og det oprindelige

tvørsnit ikke er sammenfaldende.

$$z_0 = \frac{5,98 \cdot 10^3 \cdot 100 - 2 \cdot 8 \cdot 20 \cdot 150}{5,98 \cdot 10^3 - 2 \cdot 8 \cdot 20} =$$

$$z_0 = \underline{\underline{97 \text{ mm}}}$$

D.v.s. tyngdepunktet flyttes 3 mm p.g.a. huller.

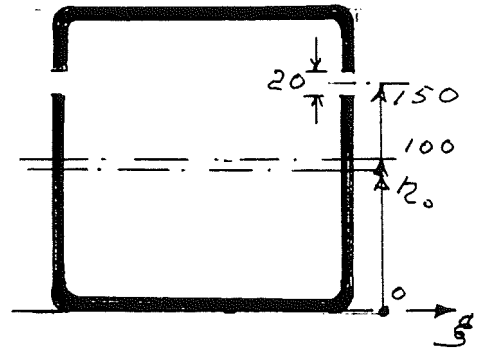
Inertimoment af det fulde tvørsnit om det nye tyngdepunkt.

$$I_y = 29,6 \cdot 10^6 + 5,98 \cdot 10^3 \cdot 3^2 = 29,65 \cdot 10^6$$

Fradrag for huller.

$$-(\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 20^3 + 8 \cdot 20 \cdot 53^2) \cdot 2 = -0,91 \cdot 10^6$$

$$\underline{\underline{I_{y, \text{red}} = 28,74 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}}$$



$$200 \times 200 \times 8 \text{ mm}$$

$$I = 29,6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

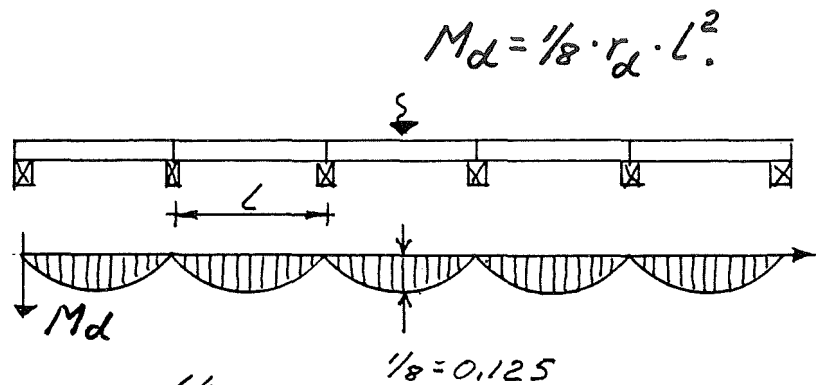
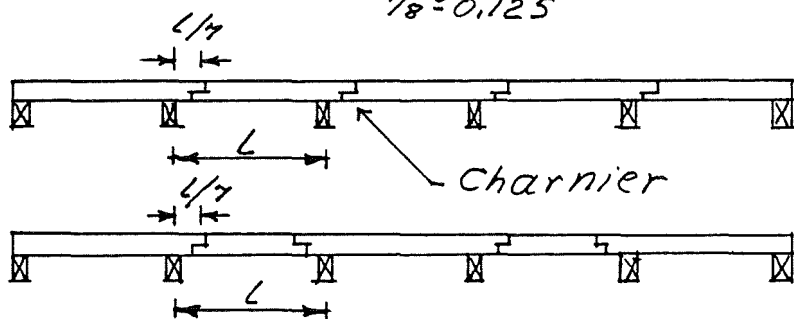
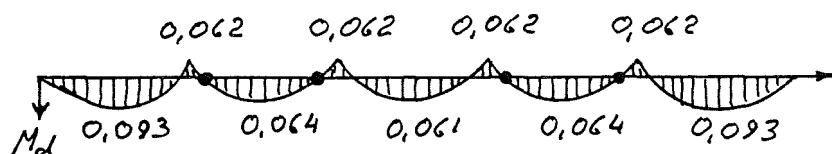
$$A = 5,98 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$d = 20 \text{ mm}$$

$$y = 150 - 97 = 53 \text{ mm}$$

Gerberbjælker.

Åse og lignende sekundære konstruktioner kan med fordel udføres som gerberåse, fordelingen er at der kan anvendes mindre dimension end ved simpelt understøttede åse.

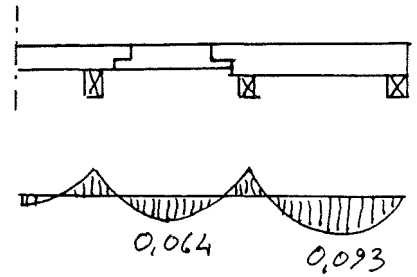
Simpel understøttet.Gerber.Gerber.

Hvis charnier placeres i afstanden $\frac{L}{4}$ fra understøtningen, vil pos. og neg. momenter ved mellemfagene have nogenlunde samme størrelse, men noget større i yderfag.

$$M_d = 0,093 \cdot r_d \cdot L^2$$

$$M_d = 0,064 \cdot r_d \cdot L^2$$

Hvis det accepteres med større dimension i yderfagene kan faktorerne 0,093 for yderfag og 0,064 for mellemfag bruges.

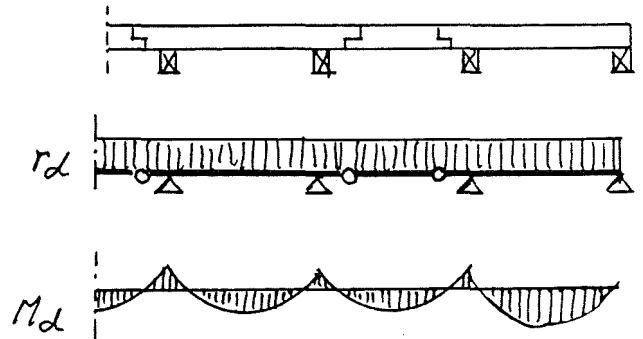


Ved lige store dimensioner i alle fag og med charnier $\frac{1}{4}$ fra understøtning, samt jævnt fordelt last.

$$M_d = 0,095 \cdot r_d \cdot L^2$$

$$U = 0,0089 \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E \cdot I}$$

$$I \approx 0,0089 \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E \cdot U}$$



Eksempel 39.

$$S_{ne} 0,75 \text{ kN/m}^2, g 0,27 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = 215 \text{ N/mm}^2, \text{ IPE? } g = 0,2 \text{ kN/m}$$

$$r_d = (0,75 \cdot 1,3 + 0,27) \cdot 3,2 + 0,2 = 4,18 \text{ kN/m}$$

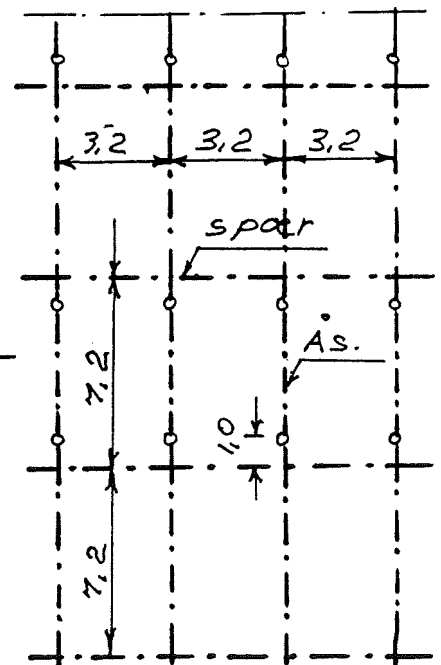
$$M_d = 0,095 \cdot 4,18 \cdot 7,2^2 = 20,59 \text{ kNm}$$

$$W \approx \frac{20,59 \cdot 10^6}{215} = 95,77 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Valg IPE 160.

$$I = 8,69 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, W = 109 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$U = 0,0089 \cdot \frac{0,75 \cdot 3,2 \cdot 7,2^4 \cdot 10^{12}}{0,21 \cdot 10^6 \cdot 8,69 \cdot 10^6} = 31 \text{ mm} < \frac{7200}{200} = 36 \text{ mm}$$



Skæv bøjning.

Når en bjælke ikke modtager lasten i sit symmetriplan er der tale om skæv bøjning.

Lettest vil beregningen ske ved at momentet fra den "skæve" last findes, og derefter opløses i bjælkens 2 hovedretninger.

$$M_z = M_d \cdot \sin \alpha$$

$$M_y = M_d \cdot \cos \alpha$$

For M_y findes spændingerne af.

$$\sigma_y = \frac{M_y}{W_y}$$

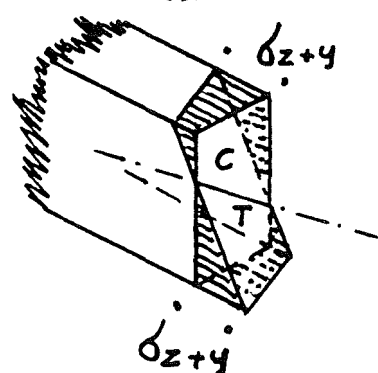
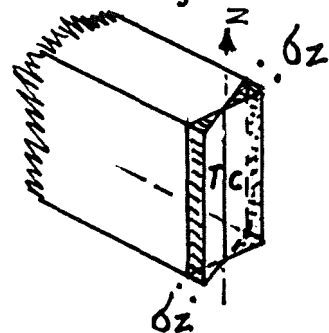
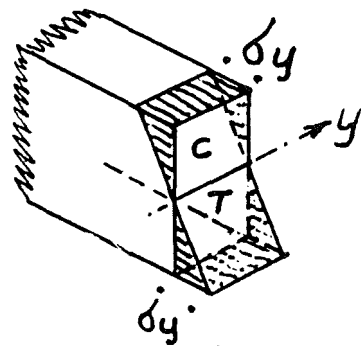
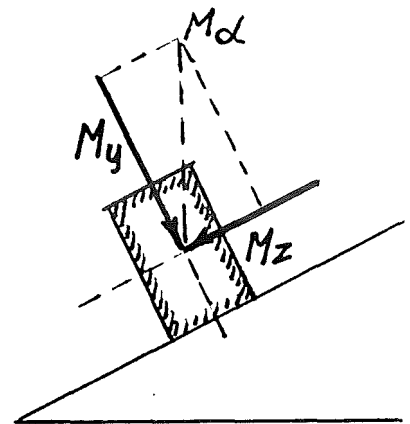
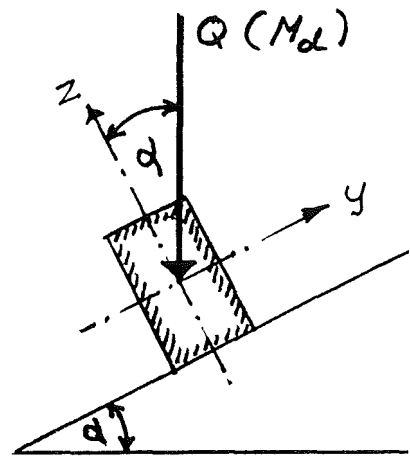
og for M_z

$$\sigma_z = \frac{M_z}{W_z}$$

og de resulterende spændinger bliver

$$\sigma_{z+y} = \sigma_z + \sigma_y \quad \text{eller}$$

$$\sigma_{z+y} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq f_{md} \text{ el. } f_{yd}$$



Skæv nedbøjning.

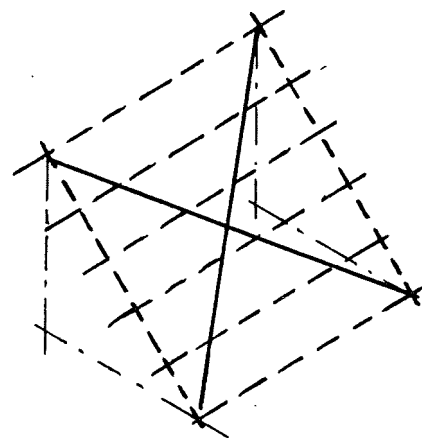
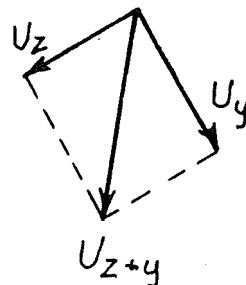
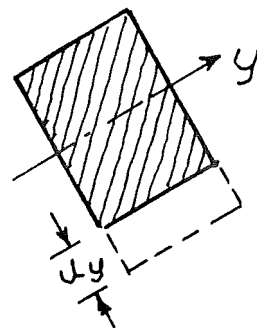
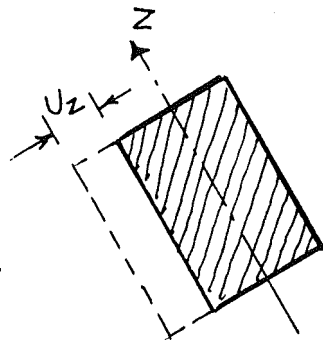
For bjælker med skæv bøjning, beregnes nedbøjningen som resultatanten af nedbøjningerne i y- og z-retning.

For en simpel understøttet bjælke med jævnt fordelt last.

$$U_z = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot \sin \alpha \cdot L^4}{E \cdot I_z}$$

$$U_y = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot \cos \alpha \cdot L^4}{E \cdot I_y}$$

$$U_{z+y} = \sqrt{U_z^2 + U_y^2}$$



Hvis tagbeklædningen fungerer som skive i tagets plan, vil der ikke være skæv bøjning, idet udbøjning da kun kan forekomme vinkelret på tagets plan.

Eksempel 40.

$$s_{ne} = 0,75 \text{ kN/m}^2, \quad g = 0,60 \text{ kN/m}^2$$

$$\alpha = 30^\circ, \quad a = 0,9 \text{ m}, \quad K18, \quad L = 4,00 \text{ m}$$

$$r_d = (1,3 \cdot 0,75 + 0,60) \cdot 0,9 = \underline{1,42 \text{ kN/m}}$$

$$M_d = \frac{1}{8} \cdot 1,42 \cdot 4,0^2 = \underline{2,84 \text{ kNm}}$$

$$M_z = 2,84 \cdot \sin 30^\circ = \underline{1,42 \text{ kNm}}$$

$$M_y = 2,84 \cdot \cos 30^\circ = \underline{2,46 \text{ kNm}}$$

$$W_z = \frac{1,42 \cdot 10^6}{9,0} = \underline{157,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$$

$$W_y = \frac{2,46 \cdot 10^6}{9,0} = \underline{273,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$$

Da spændingen bliver

$\sigma_z + \sigma_y$ skal W_z og W_y for-
dobles.

Valg. 150 × 150 mm

$$W_z = W_y = 563 \cdot 10^3, \quad I_z = I_y = 42,2 \cdot 10^6$$

$$\sigma_{z+y} = \frac{1,42 \cdot 10^6}{563 \cdot 10^3} + \frac{2,46 \cdot 10^6}{563 \cdot 10^3} = \underline{6,89 \text{ N/mm}^2} < 9,0$$

$$u_z = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,75 \cdot 0,9 \cdot \sin 30^\circ \cdot 4,0^4 \cdot 10^{12}}{5400 \cdot 42,2 \cdot 10^6} = \underline{4,9 \text{ mm}}$$

$$u_y = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,75 \cdot 0,9 \cdot \cos 30^\circ \cdot 4,0^4 \cdot 10^{12}}{5400 \cdot 42,2 \cdot 10^6} = \underline{8,6 \text{ mm}}$$

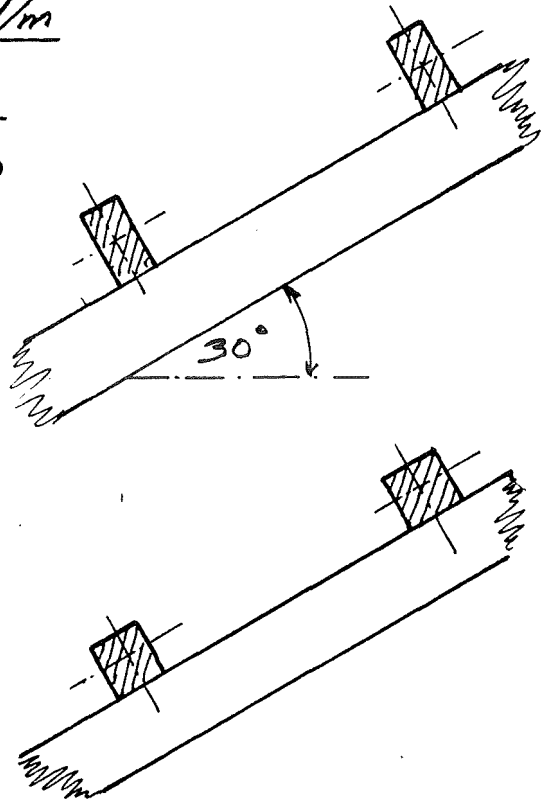
$$i_u = \sqrt{4,9^2 + 8,6^2} = \underline{9,9 \text{ mm}} < \frac{4000}{400} = \underline{10 \text{ mm}}$$

Eller 100 × 200 mm $W_z = 333 \cdot 10^3$,

$$I_z = 16,65 \cdot 10^6, \quad I_y = 66,7 \cdot 10^6, \quad W_y = 667 \cdot 10^3$$

$$\sigma_{z+y} = ?$$

$$u = ?$$



2- Charnieres rammer.

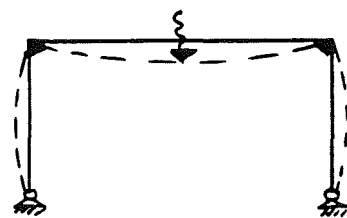
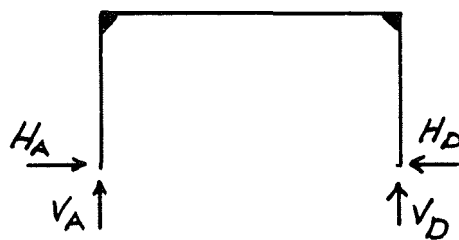
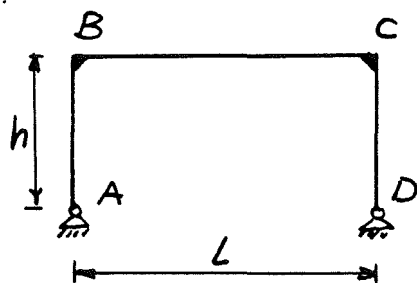
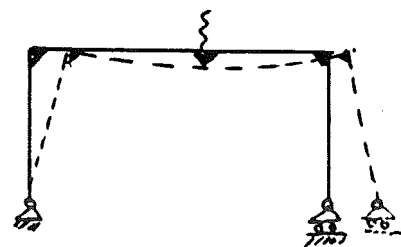
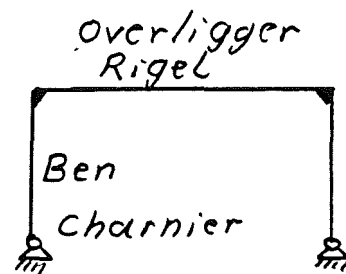
Denne rammetype er en statisk ubestemt konstruktion.

For at være stabil skal rammen have 2 faste lejer, hvilket giver 4 ubekendte.

De lodrette reaktioner V_A og V_D kan bestemmes ved hjælp af ligevægtsligningerne.

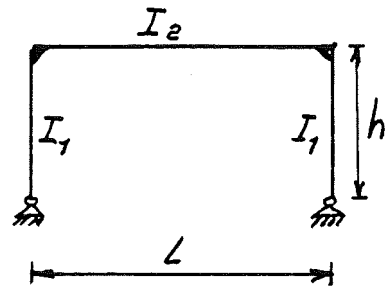
De vandrette reaktioner kan ikke bestemmes ved hjælp af ligevægtsligningerne. Størrelsen af H_A og H_D er afhængig af rammens last, geometri (L og h) og deformationer (I). Last og geometri er kendte, men rammedelernes inertimoment kendes ikke.

Til hjælp for beregningen indføres en faktor der tager hensyn til ovenstående deformationsforhold.

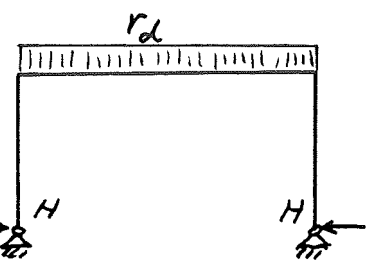


$$k = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{h}{L}$$

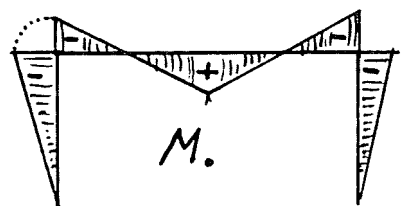
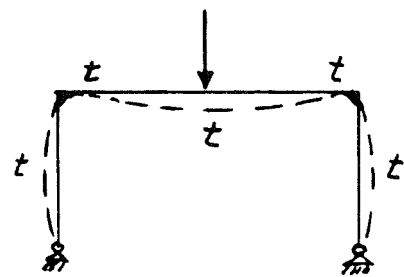
Inertimomenterne I_1 og I_2 bestemmes eller gættes efter deres indbyrdes forhold, f. Eks. $1/1$ hvilket vil sige rammeben og overligger lige store.



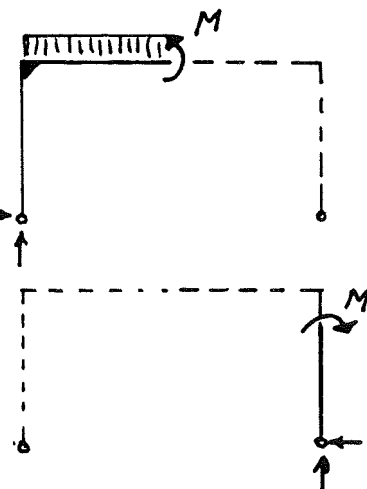
I teknisk ståbi side 116 findes formler til at bestemme størrelsen af de vandrette reaktioner. Derefter kan rammen snitkræfter findes ved hjælp af Ligevægtsligningerne.



$$H = \frac{r_d \cdot L^2}{4 \cdot h \cdot (2k + 3)}$$

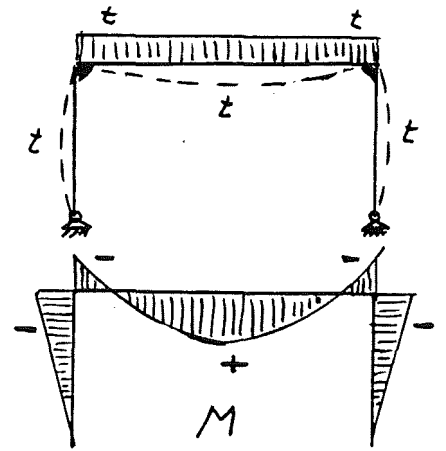


Når en ramme har træk i indersiden er momentet positivt, og for træk i ydersiden er momentet negativt.

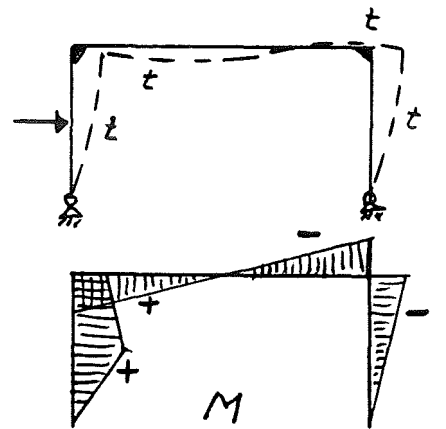


Fortegnsregel. Regnes rammedel til venstre for snittet tegnes snitpilen mod uret, og regnes rammedelen til højre for snittet tegnes snitpilen med uret.

Sammenhængen med last og momentkurve er den samme som for bjælker, jævnt fordelt last giver en parabelformet momentkurve, en enkelkraft giver et knæpunkt og ingen last giver en retlinie.



En skitsering af rammens deformation, hvor rammehjørnernes vinkel ikke ændres vil kunne være til hjælp når momentkurven skal tegnes.



Eksempel 41.

Jævnt fordelt lodret last på overligger $r_d = 10,0 \text{ kN/m}$
 $h = 3,0 \text{ m}$, $L = 8,0 \text{ m}$

overligger og ben lige store.

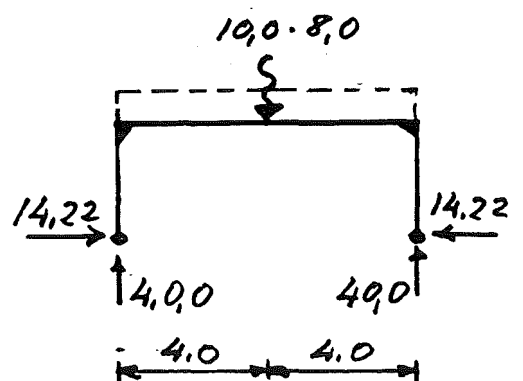
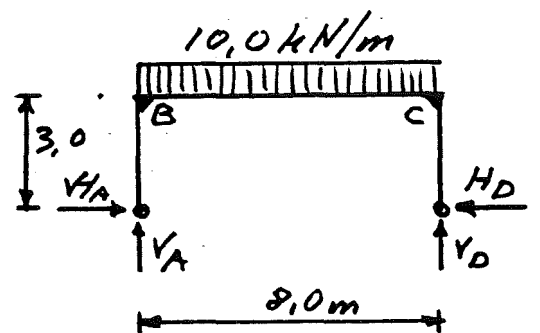
$$K = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{8} = \underline{0,375}$$

$$H_A = H_D = \frac{10,0 \cdot 8,0^2}{4 \cdot 3 (2 \cdot 0,375 + 3)} = \underline{14,22 \text{ kN}}$$

$$\sum M = 0 \downarrow A:$$

$$10,0 \cdot 8,0 \cdot 4,0 - V_D \cdot 8,0 = 0 \Rightarrow$$

$$V_D = \frac{10,0 \cdot 8,0 \cdot 4,0}{8,0} = \underline{40,0 \text{ kN}}$$

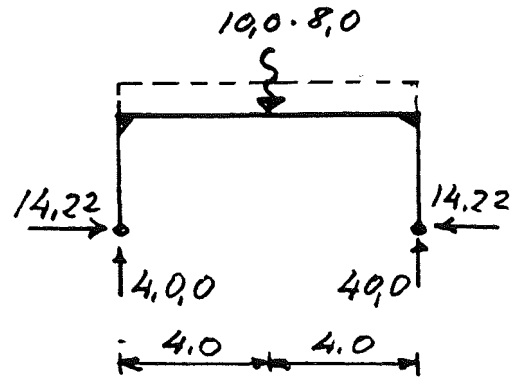


$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_D :$$

$$V_A \cdot 8,0 - 10,0 \cdot 8,0 \cdot 4,0 = 0 \Rightarrow$$

$$V_A = \frac{10,0 \cdot 8,0 \cdot 4,0}{8,0} = \underline{40,0 \text{ kN}}$$

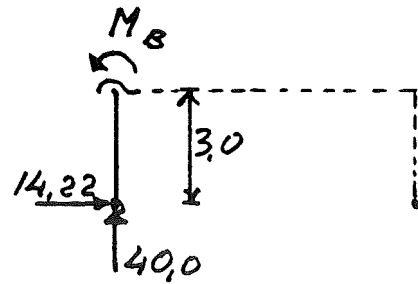
$$\uparrow \sum V = 0 : 40,0 - 10,0 \cdot 8,0 + 40,0 = 0$$



$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_B :$$

$$-14,22 \cdot 3,0 - M_B = 0 \Rightarrow$$

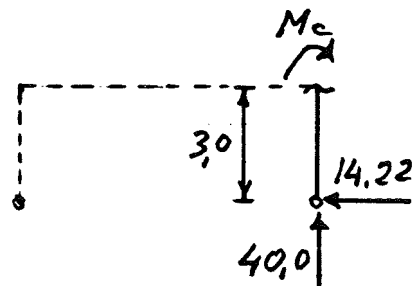
$$M_B = -14,22 \cdot 3,0 = \underline{-42,66 \text{ kNm}}$$



$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_C :$$

$$14,22 \cdot 3,0 + M_C = 0 \Rightarrow$$

$$M_C = -14,22 \cdot 3,0 = \underline{-42,66 \text{ kNm}}$$

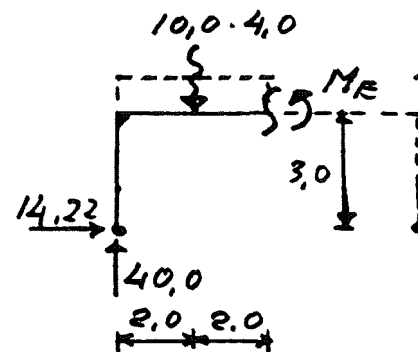


$$\uparrow \sum M = 0 \downarrow_E :$$

$$40,0 \cdot 4,0 - 14,22 \cdot 3,0 - 10,0 \cdot 4,0 \cdot 2,0 - M_E = 0 \Rightarrow$$

$$M_E = 40,0 \cdot 4,0 - 14,22 \cdot 3,0 - 10,0 \cdot 4,0 \cdot 2,0 =$$

$$M_E = \underline{37,34 \text{ kNm}}$$



Da $M_B = M_C \sim |M_E|$

vil forudsætningen

$I_1 = I_2$ let kunne opfyldes.

Hvis momenterne var meget forskellige kunne omregning være nødvendig, dog ikke hvis $I_1 = I_2$ fastholdes.

